Prof. Dr. Helmut Lenzing
Dr. Dirk Kussin, Markus Diekämper, Marc Jesse

Paderborn, den 8. Juni 2004
Abgabe bis Mi 16. Juni, 9:00 Uhr

Übungen zur Vorlesung
Lineare Algebra II
Sommersemester 2004
Blatt 8

AUFGABE 29 (4 Punkte)**:**
Sei

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 & 0 & 0 & -7 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 7 & 32 & 3 & 15 & -77 \\ 0 & 1 & -10 & 0 & -2 & 16 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}_6(\mathbb{R}).$$

Es gilt $\chi_A(\lambda) = (\lambda+2)^2(\lambda-3)^4$. Man bestimme ein $P \in \mathrm{GL}_6(\mathbb{R})$, so dass $P^{-1}AP$ in Jordanscher Normalform ist. (Beachte Hinweise im Internet.)

AUFGABE 30 (4 Punkte)**:**
Man zeige: Eine Matrix $A \in \mathrm{M}_3(\mathbb{R})$, die über $\mathbb{R}$ nicht trigonalisierbar ist, ist über $\mathbb{C}$ diagonalisierbar.

AUFGABE 31 (4 Punkte)**:**

(1) Sei $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}_n(K)$ mit $a \neq 0$. Man zeige, dass $A^{-1} = \frac{1}{a}A^{n-1}$ gilt.

(Hinweis: Man berechne das charakteristische Polynom.)

(2) Sei $K = \mathbb{C}$. Ist A diagonalisierbar?

AUFGABE 32 (4 Punkte)**:**

Sei $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}_3(\mathbb{R})$. Man bestimme eine orthogonale Matrix $S \in \mathrm{M}_3(\mathbb{R})$, so dass $S^{tr}AS$ eine Diagonalmatrix ist.

Abgabeort: Grüne Kästen 109 (Gruppen 1+2) und 111 (Gruppen 3+4)