Prof. Dr. Helmut Lenzing
Dr. Dirk Kussin, Markus Diekämper, Marc Jesse

Paderborn, den 11. Mai 2004
Abgabe bis Mi 19. Mai, 9:00 Uhr

Übungen zur Vorlesung
Lineare Algebra II
Sommersemester 2004
Blatt 4

AUFGABE 13 (4 Punkte)**:**
Man beweise: Eine *symmetrische* Matrix $A \in \mathrm{M}_2(\mathbb{R})$ hat reelle Eigenwerte.

AUFGABE 14 (4 Punkte)**:**
Sei

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 3 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}_2(\mathbb{R}).$$

(1) Man berechne A^3.
(2) Man bestimme eine Basis von $\mathbb{R}^3$ bzgl. derer die lineare Abbildung $x \mapsto Ax$ die Darstellungsmatrix $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ hat. (Hinweis: Man finde ein v, so dass v, Av, A^2v linear unabhängig sind.)
(3) Man zeige ohne Berechnung von χ_A, dass 0 der einzige Eigenwert von A ist.
(4) Man berechne χ_A.
(5) Man bestimme die geometrischen Vielfachheiten.

AUFGABE 15 (4 Punkte)**:**
(1) Sei $A \in \mathrm{M}_n(K)$. Man zeige: Es gilt $A \in \mathrm{GL}_n(K)$ genau dann, wenn 0 kein Eigenwert von A ist.
(2) Es seien $A, B \in \mathrm{M}_n(K)$. Man zeige, dass AB und BA dieselben Eigenwerte haben.

AUFGABE 16 (4 Punkte)**:**
Man untersuche die beiden folgenden reellen Matrizen, ob sie diagonalisierbar sind:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 & 1 \\ -2 & 3 & 2 & 0 \\ -3 & 1 & 5 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Abgabeort: Grüne Kästen 109 (Gruppen 1+2) und 111 (Gruppen 3+4)