Prof. Dr. Helmut Lenzing
Dr. Dirk Kussin, Markus Diekämper, Marc Jesse

Paderborn, den 4. Mai 2004
Abgabe bis Mi 12. Mai, 9:00 Uhr

Übungen zur Vorlesung
Lineare Algebra II
Sommersemester 2004
Blatt 3

AUFGABE 9 (4 Punkte)**:**
(1) Sei G die Menge aller Matrizen $A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$ mit a, $b \in \mathbb{R}$ und $\det(A) = 1$. Man zeige, dass G mit der Matrizenmultiplikation eine Gruppe bildet.
(2) Sei E die Menge der komplexen Zahlen vom Betrag 1. Man zeige, dass E zusammen mit der Multiplikation eine Gruppe ist.
(3) Man zeige, dass G isomorph ist zu E.

AUFGABE 10 (4 Punkte)**:**
(1) Sind die Gruppen $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$ und $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$ isomorph?
(2) Sind die Gruppen $(\mathbb{Z}, +)$ und $(\mathbb{Q}, +)$ isomorph?
(3) Sei G die Gruppe aller Matrizen $D(\alpha)$ ($\alpha \in \mathbb{R}$, vgl. Aufgabe 7). Ist G isomorph zu $\mathrm{GL}_2(\mathbb{R})$?
HINWEIS: Man schaue sich Gleichungen der Form $x^n = a$ in den jeweiligen Gruppen an.

AUFGABE 11 (4 Punkte)**:**
Sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Man berechne χ_A und bestimme sämtliche reellen Eigenwerte von A. Ferner bestimme man für jeden reellen Eigenwert λ eine Basis des Eigenraumes $E_\lambda(A)$.

AUFGABE 12 (4 Punkte)**:**
Sei $A \in \mathrm{M}_n(\mathbb{C})$ eine Matrix, die nur aus reellen Einträgen besteht. Ist $\lambda \in \mathbb{C}$ ein Eigenwert von A, so auch das konjugiert-komplexe $\overline{\lambda}$.

Abgabeort: Grüne Kästen 109 (Gruppen 1+2) und 111 (Gruppen 3+4)