

Handelndes/entdeckendes Lernen im Geometrieunterricht

# «Windmühlen» – Erfahrungen zur Drehsymmetrie am Geobrett

Unser Beitrag entstand in der Arbeitsgruppe Mathematikdidaktik an der Universität Paderborn unter Federführung von Prof. Hartmut Spiegel. Er hat sich mit seinen Arbeiten zur Entwicklung und Erprobung von mathematischen Lernangeboten bei Grundschulkindern sowie Konzeptionen für die Mathematiklehrausbildung und zahlreichen Publikationen einen Namen gemacht. Der vorliegende Unterrichtsvorschlag zeigt, dass Spiegel und sein Team sehr praxisorientiert arbeiten. (min.)

Daniela Götze und Hartmut Spiegel

**Thema:** Drehsymmetrien (Drehwinkel  $90^\circ$ ) entdecken, von Spiegelsymmetrien unterscheiden und Teilfiguren drehsymmetrisch ergänzen

**Klasse:** ab 3. Klasse

**Material:** Geobrett, Gummibänder, Folien, Kopien der Arbeitsblätter

**Zeit:** 4 bis 5 Lektionen

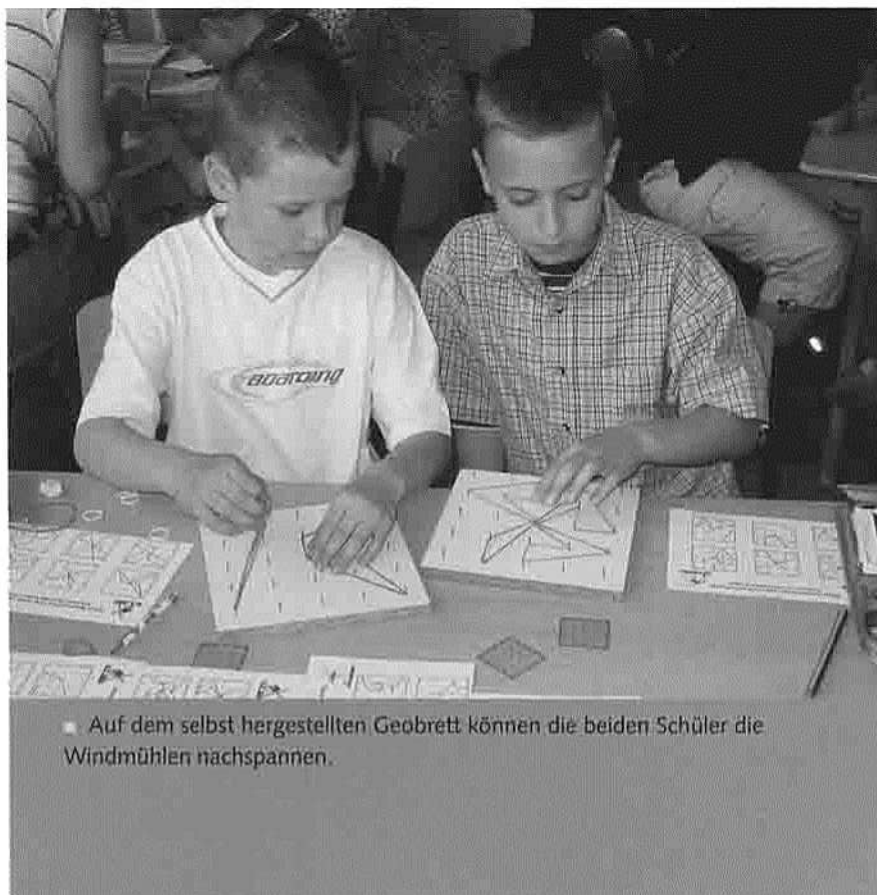
## Worum geht es?

Wer denkt beim Wort Symmetrie eigentlich nicht zuerst an Achsensymmetrie? Und so verwundert es nicht, dass das Falten und Spiegeln im Geometrieunterricht der Grundschule schon des Längeren seinen festen Platz hat. Nicht so gut ist es um Lernangebote zum Thema «Drehsymmetrie» bestellt. Doch auch die gehört zur Grundlegung eines breit angelegten Symmetriebegriffs.

Drehsymmetrisch heisst eine Figur, wenn sie durch eine Drehung mit Drehwinkel grösser als  $0$  und kleiner als

## Auch eine Werkarbeit!

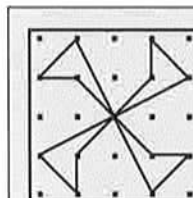
Im Werken stellen die Schülerinnen und Schüler nach der Vorlage «Geobrett» ein Nagelbrett her. Dazu wird vom Grundplan ein Feld beliebig vergrössert und mit Klebeband auf einem Holzbrettchen befestigt. Mit einer Nadel oder einem Nagel werden die Fixpunkte aufs Holz «vorgestüpfelt». Dann folgt das möglichst gleichmässige Einschlagen der Nägel – nicht nur eine einfache Übung! Aber spätestens wer drei Ikea-Gestelle zusammengenörgelt hat, weiss die Bedeutung eines Nagels wieder zu schätzen ... (min.)



■ Auf dem selbst hergestellten Geobrett können die beiden Schüler die Windmühlen nachspannen.

$360$  Grad mit sich zur Deckung gebracht werden kann. Die Buchstaben «N», «S», «X» und «Z» und das Pluszeichen «+» sind drehsymmetrische Figuren. Letzteres ist ein Beispiel dafür, dass drehsymmetrische Figuren zugleich auch achsensymmetrisch sein können.

Bei der hier dargestellten Lernumgebung handelt es sich um ein solches Lernangebot zum Thema «Drehsymmetrie». Die im Mittelpunkt stehenden Figuren auf dem 5.5-Geobrett haben grosse Ähnlichkeiten mit einer «Windmühle» und daher auch ihren Namen. Sie kommen nach einer Drehung um  $90$  Grad mit sich selbst zur Deckung. Man kann jede dieser «Windmühlen» wie folgt erzeugen: Auf einem Viertel des Geobrettes spannt man einen passenden Flügel,



Das ist eine richtige Windmühle.

dessen eine Ecke der Mittelnagel ist, stellt ihn sich dann in um 90 Grad gedrehter Lage vor und spannt so den 2. Flügel. Entsprechend werden der 3. und der 4. Flügel erzeugt. Wenn die Flügel selbst schon achsensymmetrisch sind, ist die daraus entstehende Windmühle nicht nur drehsymmetrisch, sondern zugleich achsensymmetrisch. Wer versucht, durch dieses sukzessive Spannen der Flügel eine Windmühle zu erzeugen, wird – je nach Komplexität des Flügels – merken, welcher Anspruch an Raumwahrnehmung und Raumvorstellung damit verbunden ist. Mit dem von uns vorgeschlagenen Aufgabenspektrum sollen die Kinder dahingehend gefördert werden, dass sie u.a. lernen:

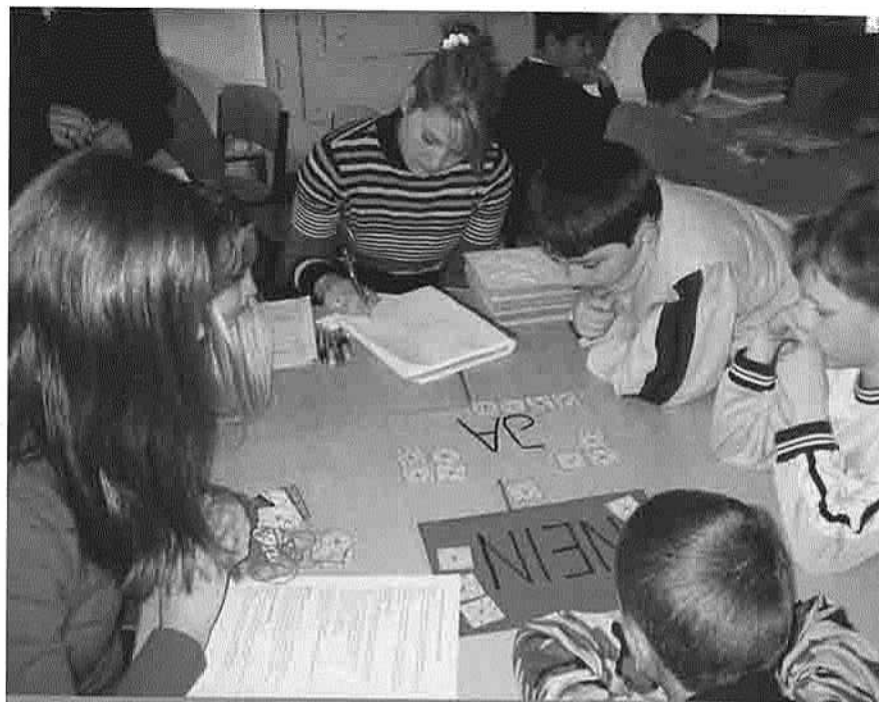
- spezielle drehsymmetrische Figuren von nicht drehsymmetrischen Figuren zu unterscheiden
- sprachlich zu beschreiben, woran die Drehsymmetrie dieser Figuren zu erkennen ist und
- vorgegebene Teilfiguren zu drehsymmetrischen Figuren dieses Typs zu ergänzen.

### Wie wir vorgegangen sind

Um den Kindern Gelegenheit zu geben, sich mit dem Geobrett sowie den besonderen Figuren, um die es geht, vertraut zu machen, haben wir ihnen zunächst Geobrett-Karten vorgelegt (vgl. Vorlagen «Karten Windmühlen» 1 und 2). Jedes Kind hat sich eine Karte ausgesucht und die Figur auf dem Geobrett mit vier Gummibändern nachgespannt. Erklärungen der Kinder, wie sie beim Spannen vorgegangen sind, ermöglichten uns erste Einsichten in ihre Denkweisen.

Das anschließende «Ja-Nein-Spiel» gab den Kindern die Möglichkeit, die von uns indirekt vorgegebene Sortierung nach dreh- und nicht drehsymmetrischen Karten zu entdecken: Ein Bogen Papier, der in ein «Ja»-Feld und in ein «Nein»-Feld unterteilt ist, wurde auf den Tisch gelegt, eine Karte nach der anderen wurde genommen und im «Ja»-Feld abgelegt, wenn es eine Windmühle war, andernfalls im «Nein»-Feld. Wenn ein Kind glaubte, die Regel erraten zu haben, durfte es selbst Vorschläge machen, wo die nächste Karte zu liegen kommt.

Im Zuge dieser Aktivität haben die Kinder viele Vermutungen über die Regel angestellt und reichlich miteinander diskutiert. Formulierungen wie «Bei



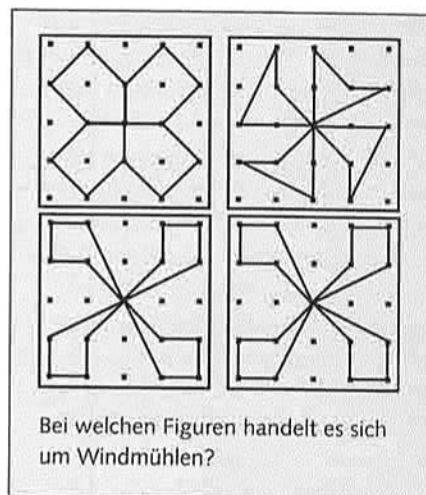
• In Gruppen überlegen sich die Schülerninnen und Schüler, ob auf den Vorlagen stimmende Windmühlen dargestellt sind.

Nein ist immer eins falsch und bei Ja sind alle in einer Richtung» oder «Bei einer Karte müssen alle Teile gleich aussehen» kamen sehr schnell, und das nicht nur von den leistungsstarken Schülern. So war es nicht verwunderlich, dass die Karten im «Ja»-Feld von den Kindern als «Windmühlen» bezeichnet wurden, obwohl wir diesen Begriff noch gar nicht erwähnt hatten. Beispielsweise meinte Natalie sehr passend: «Wenn man sie dreht, sieht sie immer gleich aus, wie bei einer Windmühle eben.» Wäre der Begriff an dieser Stelle nicht gefallen, hätten wir ihn von uns aus eingebracht.

### Windmühlen erkennen

Mit dem Arbeitsauftrag, die weiteren Karten nach Windmühlen bzw. Nicht-Windmühlen zu sortieren, gingen die Kinder in die Partnerarbeit. Die Karten sind hierfür so konzipiert, dass die Kinder bei einigen sehr schnell, bei anderen nur bei näherem Hinsehen entscheiden konnten, ob es sich um eine Windmühle handelt oder nicht. Manchmal kam es dabei zu regen Diskussionen unter den Kindern. Argumente wie «Die Flügel gehen in eine Richtung» oder «Die sieht komisch aus» wurden durch entsprechende Aktivitäten am Geobrett unterstützt. Um das gesamte Leistungs-

spektrum in der Klasse abzudecken, gab es diverse Hilfsmittel. Das Geobrett ermöglichte die Überprüfung auf Drehsymmetrie durch eine Handlung: Die Figur wurde auf dem Geobrett nachgespannt und dann die Karte oder das Geobrett schrittweise um eine Viertel-drehung gedreht. Wenn die Figur auf der Karte nach jeder Drehung mit der Figur auf dem Geobrett übereinstimmte, lag für die Kinder Drehsymmetrie vor. Folglich sollte man – und unsere Erfahrungen haben das gezeigt – die Kinder immer wieder dazu anregen, die Figuren auf den Karten auf dem Geobrett auch tatsächlich nachzuspannen. Weiterhin kamen transparente Folien



von der Grösse einer Karte, auf der die Nägel eines 5·5-Geobretts als Punkte dargestellt sind, zum Einsatz (vgl. Vorlage «Geobrett»). Diese Folie kann auf die jeweilige Karte aufgelegt, die Figur auf der Karte mit einem Foliienstift auf die Folie übertragen und dann gedreht werden. Auch hier hilft nach jeder Drehung ein Vergleich von der Figur auf der Karte und der Figur auf der Folie zu entscheiden, ob es sich hierbei um eine Windmühle handelt oder nicht.

Diese Hilfsmittel waren für die Kinder eine grosse Unterstützung beim Ja-Nein-Spiel. Alle 48 Karten wurden offen auf den Tisch gelegt. Jeder Spieler durfte sich reihum eine Karte aussuchen, sie auf dem Geobrett nachspannen oder der Folie nachzeichnen und sie in das entsprechende Feld (Ja oder Nein) einordnen. War die Zuordnung richtig, bekam er einen Punkt, sonst keinen. Man könnte die Spielregel dahingehend erweitern, dass auch für entdeckte Fehlentscheidungen Punkte vergeben werden. Wir haben uns aufgrund der Tatsache, dass die Kinder in der Partnerarbeit unterschiedlich leistungsstark waren, nicht für diese Spielvariante entschieden.

### Windmühlen vervollständigen

In einer zweiten Sequenz sollten die Kinder unvollständige Windmühlen vervollständigen (vgl. A1–A6). Dabei konnten sie im Zuge einer inneren Differenzierung selbst entscheiden, welches Arbeitsblatt sie nehmen. Das Nachspannen der bereits angedeuteten Figur auf dem Geobrett oder systematisches Drehen und Probieren stellte eine Vorgehensweise der Kinder dar. Gerade leistungsschwächere Schüler haben sich probierend an die Lösung herangewagt: einen Gummi sukzessiv spannen, Ecken umspannen und Fehllösungen einfach korrigieren. Darüber hinaus konnten sie auch bei diesem Übungsformat die Folie des leeren Geobretts zu Hilfe nehmen. Allerdings stellten wir fest, dass das Handeln mit dem Geobrett zu wesentlich weniger Fehllösungen führte als das Hantieren mit der Folie. Reflektierende Gespräche über mögliche Strategien beim Erstellen von Windmühlen brachten die unterschiedlichen Vorgehensweisen der Kinder zu Tage. Für besonders leistungsstarke Kinder wurden darüber hinaus Knobelaufgaben (vgl. A9, A10) entwickelt,

anhand derer sie ihr Können so richtig unter Beweis stellen konnten.

### Drehsymmetrien von anderen Symmetrien unterscheiden

In der nächsten Sequenz ging es um den Unterschied zwischen Windmühlen und den Figuren, die als einzige Deckdrehung eine 180-Grad-Drehung besitzen. Auf dem Arbeitsblatt (vgl. A7, A8) sind punktsymmetrische Figuren abgebildet, die einer Windmühle ähnlich, aber keine Windmühlen sind. Die Kinder sollten nun aufschreiben, warum es sich bei diesen Figuren um keine Windmühlen handelt. Dabei durften sie sich gemäss ihren individuellen Fähigkeiten eine der sechs Figuren aussuchen, ihre Überlegungen notieren und dann die nächste bearbeiten. Die Figuren sind so konzipiert, dass sie z.T. sehr unterschiedliche Argumentationen von Seiten der Kinder zulassen, denn der Verstoß gegen die 90°-Drehung hat dabei unterschiedliche Gründe:



1. Bei den Flügeln handelt es sich um keine deckungsgleichen Figuren.



2. Die Flügel sind zueinander spiegelbildlich.



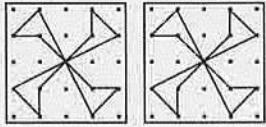
3. Sie sind an unterschiedlichen Ecken befestigt.

Kinder haben hierbei häufig ihre eigene Argumentationsstruktur und je nach Blick auf die Figur verwenden sie unterschiedliche Argumentationen.

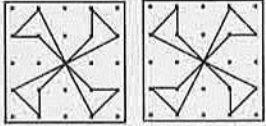
### Memory

In einem abschliessenden Memory-Spiel (vgl. Vorlage «Memory») mit bis zu 24 Pärchen, je nach Stärke der Kinder, wurden die bisherigen Erfahrungen spielerisch vertieft. Zwei Spielvarianten können dabei zum Einsatz kommen: Entweder bilden zwei gleiche Windmühlen ein Paar und sie müssen von dem dazu gespiegelten Paar unterschieden werden (dazu muss die Vorlage zweifach kopiert werden) oder zwei zueinander gespiegelte Windmühlen bilden ein Paar. Beide Spielvarianten haben ihren eigenen Reiz. Wir haben den Kindern beide Variante angeboten und sie dann selbst entscheiden lassen, welche davon sie lieber spielen möchten.

Abschliessend möchten wir festhalten, dass unsere Erfahrungen mal wieder gezeigt haben, dass Kinder mit Stärken im arithmetischen Bereich nicht zwangsläufig auch in Geometrie überdurchschnittliche Leistungen erbringen. Manchmal wachsen gerade im geometrischen Bereich eher leistungsschwächere Kinder über sich hinaus und erstaunen durch ihr sehr gutes räumliches Vorstellungsvermögen.



a. Gleiche Windmühlen bilden ein Paar



b. Zueinander gespiegelte Windmühlen bilden ein Paar.



## Kerzen selber machen

- Profi-Wachsmischung (Granulat und Platten) zum Ziehen und Giessen in 9 Farben – vom einzigen Schweizer Hersteller – darum äusserst günstig
- garantiert 100 % Bienenwachs (Perlen und Platten)
- Paraffin / Stearin
- Dochte für jede Kerzendicke
- Wachsbätter in 20 Farben zum Verzieren der Kerzen
- Bienenwabenblätter
- 9 verschiedene Farbkonzentrate zum Einfärben des Waxes
- Batkwachs
- Fachkundige Beratung beim Durchführen von Kerzenziehen

Sofort Preisliste verlangen!  
Telefon 055 / 412 23 81 – Fax 055 / 412 88 14

LIENERT-KERZEN AG, KERZEN- UND WACHSWARENFABRIK, 8840 EINSIEDELN

LIENERT KERZEN