

Hartmut Spiegel

Die sokratische Methode beim Mathematiklernen

(Vortragsmanuskript für einen Vortrag in Karlsruhe am 5.6.1991)

0. Einleitung

Ich möchte in meinem Vortrag über eine Methode berichten, die zwar auch den Namen "sokratische Methode" trägt, sich aber in wichtigen Punkten von der bekannteren Methode gleichen Namens unterscheidet: der Methode, die aus der Überlieferung Platons bekannt ist und die auch in die pädagogische und fachdidaktische Literatur Eingang gefunden hat. Das berühmteste Beispiel ist wohl die Sklavenszene im Menon, zu der eine kritische Analyse von Struve und Voigt 1988 im JMD veröffentlicht wurde.

Die Methode, über die ich berichten möchte, ist die Methode, die der in den zwanziger Jahren dieses Jahrhunderts in Göttingen lehrende Philosoph Leonard Nelson als Methode des philosophischen Unterrichts in der Arbeit mit seinen Studenten praktizierte und die er 1922 in einem öffentlichen Vortrag in der Pädagogischen Gesellschaft in Göttingen vorstellte. Sie wurde von seinen Schülern weitergepflegt und weiterentwickelt. Führend war dabei Gustav Heckmann, der inzwischen 92 Jahre alte emeritierte Professor für Philosophie an der Pädagogischen Hochschule Hannover, der auch ein Buch über Nelsons sokratische Methode geschrieben hat. Heutzutage wird sie von Heckmanns Schülern praktiziert - insbesondere im Rahmen von Wochenseminaren, die dreimal im Jahr angeboten werden. Dort habe ich sie Anfang der siebziger Jahre als Teilnehmer von Gesprächen über philosophische Themen selbst kennengelernt. Seit 1979 habe ich dann selbst im Rahmen dieser Seminare sokratische Gespräche über mathematische Themen geleitet und seit vier Jahren führe ich Sokratische Wochenendseminare im Rahmen der Lehrerausbildung in Paderborn durch.

Warum ich heute darüber vortrage - obwohl es nicht möglich ist, im Rahmen eines solchen Vortrages ein einigermaßen zutreffendes Bild von dem Geschehen während eines solchen sokratischen Gespräches zu vermitteln - hat folgende Gründe:

Nelsons sokratische Methode ist in der etablierten Mathematikdidaktik bis auf Ausnahmen so gut wie unbekannt - abgesehen von kurzen Hinweisen, die man bei Wagenschein finden kann. Aufgrund meiner Erfahrung mit dieser Methode habe ich die Einschätzung gewonnen, daß ihr Anliegen und ihre Ziele ausgesprochen aktuell sind und mit ihr Wirkungen erzielt werden können, die m.E. kaum anders erreicht werden können, anders gesagt: daß in ihr ein erhebliches mathematikdidaktisches Potential steckt. Unter anderem haben durch sokratische Gespräche über mathematische Themen viele mathematikunterrichtsgeschädigte Teilnehmer erfahren können, daß man

- für mathematische Sachverhalte und Zusammenhänge ein tiefgehendes Verständnis erwerben kann,
- sich durch eigenes Nachdenken und gemeinsames Erwägen von Argumenten im Gespräch mit anderen so von ihrer Wahrheit überzeugen kann, daß es der Bestätigung durch eine Autorität wie Lehrer oder Buch nicht mehr bedarf,
- auch selbst mathematische Entdeckungen machen kann
- und durch alles dieses Spaß an der Mathematik und Selbstvertrauen in die Kraft des eigenen Denkens gewinnen kann.

Das alles waren Erfahrungen, die ihnen, wie vielen Erwachsenen, während ihrer Schulzeit vorenthalten geblieben waren.

Voraussetzung, um solche Erfahrungen machen zu können, war in diesen Fällen "nur" die Bereitschaft der Betroffenen, eine Woche lang jeden Vormittag zweieinhalb Stunden als Teilnehmer einer Gruppe in einem nach bestimmten Regeln geführten Gespräch an einem mathematischen Thema zu arbeiten, z.B. über:

- Ist ein Rundgang möglich, bei dem man über jede der sieben Brücken Königsbergs genau einmal geht?
- Ist jede Primzahl Nachbar eines Vielfachen von 6?
- Welches sind die magischen Zahlen ? (vgl. Davis, Hersh)
- Führt die Methode der "abessinischen Multiplikation" ("russische Bauernmethode") immer zu einem richtigen Ergebnis?
- Ist es immer möglich, den Radius eines Kreises genau sechsmal auf seiner Peripherie abzutragen?
- Die Milchmädchenrechnung

Ein zutreffendes Bild von dem, was bei einem solchen Gespräch im Einzelnen tatsächlich abläuft, läßt sich meiner Erfahrung nach nur durch eigene Praxis als Teilnehmer oder Leiter gewinnen. Und dies wäre dann auch die beste Möglichkeit, sich von den vielfältigen positiven Wirkungen dieser Arbeit zu überzeugen. Mit meinem Vortrag möchte ich - auf die sokratische Methode aufmerksam machen, - über sie informieren und - über Ergebnisse der Arbeit mit dieser Methode zu berichten.

### 1. Kurze Kennzeichnung der sokratischen Methode Nelsons

Was macht die sokratische Methode Nelsons aus? Kurz gesagt:

Sokratische Methode wird praktiziert, wenn eine Gruppe gleichberechtigter Teilnehmer unter der Leitung eines Gesprächsleiters versucht, durch gemeinsames Nachdenken über eine Frage Einsichten zu dem in der Frage angesprochenen Thema zu gewinnen. Dabei ist das Gesprächsverhalten der Teilnehmer Regeln unterworfen, die ein gutes Gelingen des Verständigungsprozesses sicherstellen sollen. Es sind die folgenden (sie wurden von Nelson nicht in dieser Weise formuliert, ergeben sich aber aus seinen Ausführungen):

- Sprich klar und kurz und versuche Dich allen Teilnehmern verständlich zu machen!
- Halte an der gerade erörterten Frage fest und schweife nicht ab!
- Nimm jede Äußerung jedes anderen Teilnehmers in gleicher Weise ernst!
- Prüfe Äußerungen anderer Teilnehmer daraufhin, ob Du sie vollständig aufgefaßt und verstanden hast und sie auf den Gang der Argumentation beziehen kannst!
- Sprich vorhandene Fragen und Zweifel aus, aber spiele nicht den "advocatus diaboli"!
- Arbeite auf einen Konsens hin!

Das war's. Vielleicht sind Sie jetzt überrascht, weil Sie mehr erwartet haben. Schließlich sind das doch Regeln, die in jedem vernünftigen Gespräch eingehalten werden sollten. "Sollten" schon, aber im allgemeinen eben nicht werden. Das ist wohl auch der Grund für einen bestimmten Satz in Gustav Heckmanns Charakterisierung der sokratischen Methode:

"Sokratische Methode im weitesten Sinne wird praktiziert, wo und wann immer Menschen durch gemeinsames Erwägen von Gründen der Wahrheit in einer Frage näherzukommen suchen. → Dieses Bestreben tritt vielfach hier und da in Gesprächen auf. Sokratisch würde ich ein Gespräch nennen, in dem durchgängig ein gemeinsames Erwägen von Gründen stattfindet." ([1] S.7)

Der Gesprächsleiter hat die Aufgabe, der Gruppe bei ihrem Bemühen, ein sokratisches Gespräch zu führen, behilflich zu sein - er ist so etwas wie ein Moderator.

Die wichtigste Regel, die er zu beachten hat, ist das Gebot der Zurückhaltung ([1] S. 66):

"Zu allererst muß er die Teilnehmer auf ihr eigenes Urteilsvermögen verweisen, indem er seine eigene Meinung über die erörterte Sache nicht zu erkennen gibt." Diese Regel gehört zum Kernbestand der Methode. Sie ergibt sich aus deren hauptsächlichem Zweck, nämlich "Unterricht im Selbstdenken" zu sein. Die Bedeutung, die Nelson selbst der konsequenten inhaltlichen Zurückhaltung des Gesprächsleiters beimißt, wird aus den vielfältigen Formulierungen klar, die sich in seiner Rede dazu finden: Das Wesen der sokratischen Methode besteht für ihn in der "Ausschaltung des Dogmatismus im Unterricht, und das heißt

„hier ... Verzicht auf jedes belehrende Urteil überhaupt.“ An anderer Stelle unterstreicht er dies, wenn er davon spricht, „daß ein unbedingt auszuschaltender Einfluß derjenige ist, der von den Urteilen des Lehrers ausginge.“<sup>1</sup> Und weiter: „Gelingt die Ausschaltung dieses Einflusses nicht, hat der Lehrer alles getan, was an ihm ist, dem eigenen Urteil des Schülers durch Anbieten eines Vorurteils zuvorzukommen.“ Im Menon-Dialog hält sich Sokrates formal auch an diese Forderung. Doch seine Fragen enthalten ja schon Urteile, und aus dem Zusammenhang ist auch erkennbar, ob Sokrates sie teilt oder nicht. So etwas kann beim sokratischen Gespräch nach Nelson schon deswegen nicht passieren, weil der Leiter grundsätzlich keine Fragen dieser Art stellt. Seine Aufgabe ist es, darauf zu achten,

- daß die Teilnehmer die Regeln einhalten,
- daß sie sich untereinander wirklich verstehen,
- daß sie an der gerade erörterten Frage festhalten,
- daß fruchtbare Ansätze nicht verloren gehen.

Damit bin ich mit der Beschreibung der eigentlichen Methode am Ende. Welche Themen mit dieser Methode bearbeitet werden können, ergibt sich daraus, daß allein mit dem "Instrument des Reflektierens über Erfahrungen, die allen Gesprächsteilnehmern zur Verfügung stehen" ([1] S.8) gearbeitet wird. Das sind insbesondere Themen aus Mathematik und Philosophie. Beispiele für philosophische Themen aus der Arbeit der vergangenen Jahre sind:

- Was unterscheidet wahre Aussagen, wahre Behauptungen von bloß subjektiven Meinungen?
- Gibt es überhaupt Bedingungen, unter denen Gewalt gerechtfertigt ist?
- Wann ist die Annahme eines Vorteils unmoralisch?
- Je mehr Gerechtigkeit, desto weniger Freiheit. Je mehr Freiheit, desto weniger Gerechtigkeit.
- Ist Unrecht leiden besser als Unrecht tun?

Die Philosophie steht auch im Mittelpunkt von Nelsons Rede. In ihr legt er dar, warum und wie er die sokratische Methode für den philosophischen Unterricht einsetzt. Er schließt aber mit Bemerkungen über den Wert der sokratischen Methode für den mathematischen Unterricht und vertraut ausdrücklich "seinen Schützling der Obhut der Mathematik" an. Einige Grundgedanken seiner Rede möchte ich nun im folgenden wiedergeben. Doch vorweg einige kurze Angaben zu seiner Biographie.

## 2. Biographische Notiz zu Nelson

Leonard Nelson wurde 1882 in Berlin geboren. (Zu seinen Vorfahren zählen u.a. Mendelson-Bartholdy und Dirichlet.) Von 1901 - 1904 studiert er Mathematik und Philosophie an den Universitäten Heidelberg, Berlin und Göttingen und promoviert 1904 in Philosophie mit einer Arbeit über den Philosophen und Naturforscher Jakob Friedrich Fries. Die Weiterentwicklung der Fries'schen Philosophie, die selbst wiederum eine Weiterentwicklung der Philosophie Kant's ist, steht im Mittelpunkt seiner philosophischen Arbeit. Er habilitiert sich 1909 und wird 1919 (mit großer Unterstützung durch Hilbert) zum außerordentlichen Professor in Göttingen ernannt. Sein Hauptwerk - die drei Bände zur "Kritik der praktischen Vernunft", "Ethik und Pädagogik" und "Philosophische Rechtslehre und Politik" - besteht aus einem Konzept der

---

<sup>1</sup>Dies' veranlaßt ihn zu einem interessanten Exkurs über die Frage: "Wie soll ein Unterricht und also Belehrung überhaupt möglich sein, wenn jegliches belehrende Urteil aus dem Unterricht verbannt ist?" (S.20 f)

wissenschaftlichen Begründung eines Sittengesetzes und seiner politischen und pädagogischen Umsetzung. 1927 stirbt Nelson im Alter von 45 Jahren.

### 3. Grundgedanken Leonard Nelsons Über die sokratische Methode<sup>2</sup>

Im folgenden möchte ich kurz auf Nelsons Gründe eingehen, die ihn dazu bewogen haben, die sokratische Methode zu verwenden und zu empfehlen. Hierzu werde ich einige seiner Gedanken aus seiner Rede in aller Kürze wiedergeben.

#### 3.1 Die sokratische Methode als Methode philosophischen Unterrichts

Nelson wollte Philosophieren lehren und nicht Philosophie als ein Wissensbestand, er wollte seine Studenten zu Philosophen machen.

Für dieses Ziel hielt er die von ihm praktizierte sokratische Methode für notwendig. Die Gründe dafür wurzeln in seiner Auffassung von dem, was Philosophie bzw. Philosophieren für ihn bedeutet. Er sagt dazu:

"Wir haben gefunden, daß die Philosophie der Inbegriff jener allgemeinen Vernunftwahrheiten ist, die nur durch Denken klar werden. Philosophieren ist demnach nichts anderes, als mit Hilfe des Verstandes jene abstrakten Vernunftweisheiten zu isolieren und in allgemeinen Urteilen auszusprechen.

Was folgt daraus für den philosophischen Unterricht?

Jene allgemeinen Wahrheiten lassen sich, sofern sie in Worten ausgesprochen werden, zu Gehör bringen. Aber sie werden darum keineswegs eingesehen. Einsehen kann sie *nur* derjenige, der von ihrer Anwendung ausgeht in Urteilen, die er *selbst* fällt, und der dann, indem er *selbst* den Rückgang zu den Voraussetzungen dieser Erfahrungsurteile vollzieht, in ihnen *seine eigenen* Voraussetzungen wiedererkennt." (S.14, Hervorhebungen von mir)

Für Nelson verbietet sich von daher eine unterrichtende Vermittlung von Philosophie etwa nach Art der Vermittlung geschichtlicher Tatsachen:

"Aber wer nach dieser Art *Philosophie* vorträgt, behandelt sie wie eine Wissenschaft von Tatsachen, die man zur Kenntnis nimmt, und so trägt er in Wahrheit nur *Geschichte* der Philosophie vor. Denn was er übermittelt, ist nicht die philosophische Wahrheit selbst, sondern nur die Tatsache, daß er oder ein anderer dieses oder jenes für eine philosophische Wahrheit hält. Indem er aber doch den Anspruch erhebt, damit Philosophie zu lehren, betrügt er im Grunde sich selbst und seine Schüler." (S.14, vorletzter Absatz)

Nelson schließt zwar nicht aus, daß auch von einem Vortrag auch Anregung zum Selbstdenken, "zumal bei reiferen Schülern", ausgehen kann. "Aber zu welcher Anlockung auch solche Anregung sich steigern mag, *unwiderstehlich* ist sie nicht." (S.17)

An späterer Stelle geht Nelson nochmals auf diesen Punkt ein:

"Es nützt nun einmal nichts, eine richtige, klare und wohlbegründete Lehre vor dem Schüler auszubreiten, - es nützt nichts, selbst wenn der Einladung zum Mitdenken vom Schüler Folge geleistet wird, - ja es nützt sogar nichts, die Schüler auf die Schwierigkeiten hinzuweisen, die der überwinden muß, der selbständig solche Ergebnisse finden will. Dem Schüler, der zur selbständigen Beherrschung des philosophischen Lehrgehalts vordringen soll, kann es nicht erspart bleiben, aus der bloßen Kenntnisnahme der Probleme und ihrer Schwierigkeiten hervorzutreten und in unablässiger Übung mit ihnen zu ringen, um sie, durch den täglichen Umgang mit ihnen, mit all ihren Tücken und Fallstricken und ihren mannigfachen Gestalten meistern zu lernen. Der Vortrag des Lehrers, der wie *Fries* verlangt, in einer "nach feinen Abstraktionen gebildeten Sprache" erfolgen soll, verhüllt aber, gerade vermöge seiner Sicherheit und Reinheit, die Schwierigkeiten, die der Bildung solcher Geistesklarheit und Wortschärfe im Wege stehen, ... " (S.33/34)

---

<sup>2</sup> Zitate alle aus [3]

Soweit die Kernpunkte seiner Argumentation zur Notwendigkeit der sokratischen Methode für den Unterricht im Philosophieren. Sie basiert zwar auf einem speziellen Konzept von dem, was Philosophie ist, ein Konzept das nicht unbedingt von jedermann geteilt wird. Doch daß die sokratische Methode eine wirksame Methode zur Gewinnung von Einsicht ist, hängt davon nicht ab.

Schließlich enthält z.B. das letztgenannte Zitat eine Sichtweise des Prozesses der Gewinnung von Einsicht, wie sie uns auch aus der jüngeren psychologischen oder mathematikdidaktischen Diskussion bekannt ist, in der die erwähnten aktiven, konstruktiven Prozesse als unverzichtbare Bestandteile erfolgreicher Lernprozesse gesehen werden.

Bisher war zwar nur von Philosophie die Rede, die Parallelen zur Mathematik sind m.E. aber unübersehbar. Doch bevor ich auf Nelsons Ausführungen zur Mathematik eingehe, möchte ich durch ein kurzes Zitat darstellen, wo er - bei aller Kritik an der überlieferten Praxis des Sokrates und Unterschiedlichkeit im Vorgehen - Beziehungen seines Ansatzes zu dem des Sokrates sieht, weswegen er seiner Methode auch den Namen des Sokrates gibt. Nelson sagt: "*Sokrates* ist er der erste, der getragen von dem Vertrauen in die Kraft des menschlichen Geistes, die philosophische Wahrheit zu erkennen, mit diesem Vertrauen die Überzeugung verbindet, daß nicht Einfälle oder äußere Lehre uns die Wahrheit erschließen, sondern daß nur planmäßiges unablässiges Nachdenken in der gleichen Richtung uns aus dem Dunkel zu ihrem Licht führt. Hier liegt seine philosophische Größe. Seine pädagogische Größe besteht darin, daß er, wiederum als Erster, die Schüler auf diesen Weg des Selbstdenkens weist und nur durch den *Austausch der Gedanken* (Hervorhebung von mir) eine Kontrolle einführt, die der Selbstverblendung entgegenwirkt." (S. 14, 2.Absatz)

Nelson kommt zu dem Schluß: "Es ist an allem philosophischen Unterricht nichts, wenn er gegen die methodischen Grundforderungen des *Sokrates* verstößt". Diese Grundforderungen bestehen nach Nelson 1. in der Forderung nach "Abschneiden des Dogmatismus" durch "die Nötigung, sich auszusprechen, sich auf jede Querfrage einzulassen und über die Gründe jeder Behauptung Rechenschaft abzulegen" und 2. in der Idee der Abstraktion, die ausgehend von Beobachtungen des täglichen Lebens und sich hierauf beziehenden Einzelurteilen zu deren allgemeinen Voraussetzungen fortschreitet, um "so von dem sicheren Urteil zu dem weniger gesicherten zu gelangen". Beiden Grundforderungen entspricht das Vorgehen in Nelsons sokratischer Methode.

### 3.2 Mathematik und die sokratische Methode

Was hat nun Nelsons sokratische Methode als Methode philosophischen Unterrichts mit Mathematik zu tun? Ich sprach vorhin schon von Parallelen zwischen Philosophie und Mathematik, die sich bei der Lektüre der Nelsonschen Rede aufdrängen. Auf diese Gemeinsamkeiten möchte ich jetzt näher eingehen sowie auf die von Nelson explizit gemachten Äußerungen zur Mathematik.

1. Nelson nennt als ein Ziel jeder Wissenschaft - und damit auch der Philosophie und Mathematik - : "Urteile zu begründen durch Zurückführung auf allgemeinere Sätze". (Hier spürt man m.E. den Einfluß Hilberts.) Es erübrigt sich zu sagen, daß dieses Ziel auch nach heutigem Verständnis - eines der Ziele mathematischer Tätigkeit ist. Ebenso ist es ein Ziel der sokratischen Methode.

2. Die sokratische Methode ist deswegen in der Philosophie anwendbar, weil es um "Vernunftwahrheiten, die nur durch Denken klar werden" geht. Um solche handelt es sich auch bei den mathematischen Wahrheiten.

Bei diesen beiden Punkten handelt es sich um Gemeinsamkeiten zwischen Mathematik und Philosophie, die die Voraussetzungen der Anwendbarkeit der sokratischen Methode betreffen. Was die Notwendigkeit oder Nützlichkeit der sokratischen Methode für die Mathematik angeht, könnte man beim Lesen des folgenden Zitats zunächst auf die Idee kommen, daß Nelson hier einen Unterschied zwischen Mathematik und Philosophie sieht:

"Und die Grundsätze der *Mathematik* lassen sich freilich einsehen, aber ihre Einsicht bedarf *nicht des Umwegs über den eigenen erfinderischen Gedankengang*. Sie sind unmittelbar klar, sobald nur überhaupt die Aufmerksamkeit auf ihren Inhalt gerichtet wird. Greift daher ein Lehrer dem selbständigen Forschen des Schülers vor, indem er jene Grundsätze *vorträgt*, so tut das ihrer Klarheit keinen Abbruch. Der Schüler *kann* hier folgen, selbst wenn er den erfinderischen Weg zu ihnen hin nicht selbst durchläuft."

Liest man das, so könnte man meinen, daß Nelson im Mathematikunterricht eine unterrichtende Vermittlung für angemessen hält,

denn er schließt hier bei der Mathematik - im Gegensatz zur Philosophie - nicht aus, daß nicht sokratisch geleiteter Unterricht zum Erfolg führt. Nun geht es ja beim Mathematikunterricht ohnedies nicht nur um das Einsehen der "Grundsätze der Mathematik", aber selbst in dieser Hinsicht ist Nelson skeptisch:

"Wie weit ein solcher Unterricht Sicherheit bietet, daß der Schüler *wirklich* mit Verständnis folgt, bleibt freilich eine eigene Frage." Welches für ihn die Antwort auf diese Frage ist, darauf geht er am Ende seines Vortrages ein. Dort weist er zunächst nochmals daraufhin - was ich im Hinblick auf meine Erfahrungen nur unterstreichen kann -, daß für die sokratische Methode "schließlich doch niemand anders als durch das Zeugnis des Experiments und also durch eigene Erfahrungen gewonnen werden" wird. Aber ich möchte Ihnen nicht vorenthalten, durch welche Argumente er versucht, seine Zuhörer davon zu überzeugen, daß nicht-sokratisch geleiteter Unterricht in Philosophie nicht zum Ziel führen kann. Er benutzt eine indirekte Beweisführung: "Wenn ein nicht-sokratisch geleiteter Unterricht in Philosophie zum Ziel führen könnte, so müßte ein solcher Unterricht in einer Wissenschaft, die nicht mit den besonderen Schwierigkeiten der philosophischen Erkenntnis zu kämpfen hat, in der vielmehr, vom ersten bis zum letzten Schritt, auch bei dogmatischem Vortrag, alles restlos und lückenlos klar ist, a fortiori zum Ziel führen."

Fragen wir uns: Gibt es solche Wissenschaft? Und wenn es sie gibt, erfreut sie sich eines Platzes inmitten des Unterrichts an unseren Schulen und Hochschulen?

Wir wissen alle: Eine solche Wissenschaft gibt es in der Tat. Die Mathematik erfüllt die beiden verlangten Bedingungen. ... Das fragliche Experiment liegt also vor, und wir müssen sein Ergebnis nur mit der nötigen Unvoreingenommenheit betrachten. Was lehrt es?

Wir wollen hier nichts beschönigen und niemanden anklagen. Aber da wir Lehrer heute unter uns sind, wollen wir das öffentliche Geheimnis ruhig aussprechen: Der Erfolg ist - im großen betrachtet - ein negativer. Wir wissen alle aus eigener Erfahrung, daß selbst fähige und Anstrengungen nicht scheuende Schüler und Hochschüler, wenn man sie auf Herz und Nieren prüft, schon in den elementaren mathematischen Angelegenheiten unsicher sind und ihr Nicht-Wissen entdecken."

Und er stellt fest, "daß jener pädagogische Mißstand in der Tat nicht nur die Schuld unfähiger Lehrer ist, sondern auch noch einen tiefer liegenden Grund haben muß, daß mit anderen Worten, auch der beste mathematische Unterricht, wenn er nach dogmatischer Methode erfolgt, trotz aller Klarheit gründliches Verständnis nicht erzwingen kann". (S.35, letzter Absatz) Für ihn hat das zu tun mit dem Mißverhältnis zwischen der objektiven Klarheit und systematischen Vollkommenheit einer wissenschaftlichen Lehre einerseits und der pädagogischen Gewähr für das Verständnis andererseits". (S.36)

Soweit zu Nelsons Ausführungen über die Mathematik. Es ist nicht alles, aber auf das andere kann ich hier leider nicht eingehen.

#### 4. Die sokratische Methode vor dem Hintergrund neuerer mathematikdidaktischer Positionen

Wie schon erwähnt, habe ich selbst die sokratische Methode als Teilnehmer von Gesprächen über philosophische Themen kennengelernt. Ich habe dann nach einigen Jahren begonnen, solche Gespräche über mathematische Themen zu leiten - in der Überzeugung, daß das eine äußerst fruchtbare Angelegenheit ist.

Die Wirkungen auf die Teilnehmer, von denen ich noch berichten werde, entsprachen oder übertrafen meine Erwartungen und seitdem gehören Gespräche über mathematische Themen zum festen Bestandteil des Angebots. Als ich mit dieser Arbeit begann, hatte ich mich noch nicht ausführlich mit dem theoretischen Hintergrund Nelsons auseinandergesetzt. Aufgrund meiner Erfahrungen war mir aber die Nähe dieser Methode zu mathematikdidaktischen Positionen klar, die meine Arbeit schon immer besonders bestimmt hatten. (repräsentiert z.B. durch Freudenthal, Winter und Wittmann) Die Verwendung der sokratischen Methode beim Lernen von Mathematik habe ich aufgefaßt als eine spezielle Art, Ernst zu machen mit ganz bestimmten - von niemanden in Frage gestellten - Forderungen, die sich in der jüngeren mathematikdidaktischen Literatur finden. Durch den Ausdruck "spezielle Art" möchte ich darauf hinweisen, daß ich die sokratische Methode keinesfalls für die einzige - wenn auch für eine besonders geeignete - Möglichkeit halte, diesen Forderungen zu genügen, und schon gar nicht für eine universelle Methode, jegliche Probleme des Mathematikunterrichts aller Stufen verschwinden zu lassen.

Im folgenden möchte ich kurz darauf eingehen, worin die erwähnte Nähe zwischen Begründungszusammenhang und Zielen der sokratischen Methode Nelsons und den genannten Positionen besteht.

#### 4.1 Hans Freudenthals Sicht der Mathematik

Ich zitiere: "Mathematik ist keine Menge von Wissen. Mathematik ist eine Tätigkeit, eine Verhaltensweise, eine Geistesverfassung. ... Immer gilt: Der Schüler erwirbt Mathematik als Geistesverfassung nur über Vertrauen auf seine eigenen Erfahrungen und seinen eigenen Verstand. Viele Schüler haben im Mathematikunterricht erfahren, daß sie mit ihrem Verstand nichts anfangen können, daß es ihnen am rechten Verstand fehlt, daß der Lehrer und das Buch doch alles besser wissen, als sie es sich selber ausdenken können.

...

Eine Geisteshaltung lernt man aber nicht, indem einer einem schnell erzählt, wie er sich zu benehmen hat. Man lernt sie im Tätigsein, indem man Probleme löst, allein oder in seiner Gruppe - Probleme, in denen Mathematik steckt."

Ein ausführlicher Kommentar erübrigt sich. Dennoch: Das ist es, was durch das sokratische Gespräch in besonderem Maße erworben wird: das Vertrauen auf den eigenen Verstand. Das Wissen des Lehrers bleibt außen vor. Er wird daran gehindert, alles besser zu wissen. Und, was tut man im sokratischen Gespräch? Man löst Probleme, in denen Mathematik steckt, in seiner Gruppe.

#### 4.2 Erich Christian Wittmanns "Prinzip des aktiven Lernens"

Das "Prinzip des aktiven Lernens" ist eines der im Buch "Grundfragen des MU" formulierten Prinzipien. Mir gefällt immer noch die ältere Fassung am besten, in der davon die Rede ist, daß der Lehrer sich darüber im Klaren sein sollte, daß seine Instruktion wirkungslos bleibt, wenn sie nicht durch eine aktive Konstruktion seitens des Schülers ersetzt wird, und daher Aktivitäten organisiert werden müssen, die den Schüler in eine intensive Auseinandersetzung direkt mit dem Gegenstand bringen. Um eine solche handelt es sich beim sokratischen Gespräch. Der Leiter nimmt hier die "Hauptaufgabe des Lehrers", "Probleme verständlich zu machen, Schüler bei der Erforschung der Probleme anzuleiten und ihnen bei der Ordnung der Ergebnisse behilflich zu sein" in dem durch die Regeln der Methode gegebenen engen Rahmen wahr. Zu erwähnen ist noch, wie nah die Wittmannsche Formulierung: "Die kontemplative Betrachtung von Lehrbüchern oder von Lehrervorträgen ist nutzlos." derjenigen von Nelson ist: "Es nützt nun einmal nichts, eine richtige, klare und wohlbegründete Lehre vor dem Schüler auszubreiten."

#### 4.3 Das Lernziel: "Der Schüler soll lernen, zu argumentieren" (Dialogfähigkeit und Dialogwilligkeit) bei H. Winter

Ohne daß ich jetzt im einzelnen darauf eingehen kann, möchte ich zum Schluß dieses Abschnitts noch darauf hinweisen, daß die lesenswerten Ausführungen, die Winter in seinem bekannten Lernzielaufsatz zum Lernziel: "Dialogfähigkeit und Dialogwilligkeit" gemacht hat, sich für mich lesen wie eine Aufforderung zur Anwendung der sokratischen Methode - auch wenn sie nicht explizit erwähnt wird. Teilziele und Verhaltensweisen, die er nennt, sind genau dieselben, die auch beim sokratischen Gespräch eine Rolle spielen: das Formulieren von Grundannahmen, deren Wahrheitswert von keinem Gesprächsteilnehmer bezweifelt wird, das genaue Aufnehmen, Verdeutlichen (ggf. durch Beispiele) und Prüfen von Aussagen u.v.a.m.. Ausführlich geht er auch auf die besonderen Merkmale der Mathematik (im Unterschied zu anderen Disziplinen) ein, die diese Art der Arbeit möglich und notwendig machen: "Aussagen können selbständig gefunden und auch selbständig nur mit den Mitteln des Verstandes überprüft werden."; "Behauptungen in der Mathematik werden letzten Endes nur durch Nachdenken überprüft." (vgl.: [4])

#### 5. Was sokratische Gespräche über Mathematik bei Teilnehmern bewirkten

Die eben erwähnten besonderen Merkmale der Mathematik sind m.E. der Grund dafür, daß dieses Fach in besonderer Weise geeignet ist, Selbstvertrauen in die Kraft des eigenen Denkens bei Schülern zu erzeugen und zu stärken. Offenbar ist es aber mindestens ebensogut geeignet, das Gegenteil zu bewirken, was fast schon die Regel zu sein scheint. Ich möchte hier auf differenzierte Beschreibung dessen verzichten, was sich hinter dem Wort "Gegenteil" hier alles verbirgt. Wir haben alle genügend eigene Erfahrungen hierzu und es gibt vieles hierüber zu lesen. Als jüngstes Beispiel sei das lesenswerte Buch von Stella Baruk erwähnt. Aber auch vieles, was Papert zu diesem Thema schreibt ist. m.E. treffend.

Ich möchte im folgenden an Hand von Äußerungen, die Teilnehmer solcher Gespräche aufgeschrieben haben, dokumentieren, welche heilsamen Wirkungen diese Gespräche über Mathematik auf Teilnehmer mit einem gestörten Verhältnis zur Mathematik und zu ihrem eigenen mathematischen Denken hatten.

Zunächst einige Antworten von Teilnehmerinnen des Gespräches über das Königsberger Brückenproblem auf 3 Fragen, um deren Beantwortung ich sie gebeten hatte.

Frage 1: Wie ist die Einstellung, das Verhältnis zu, die Ansicht über Mathematik beeinflußt/verändert worden?

Anna: "Bisher glaubte ich, Mathematik besteht aus umfangreichen und komplizierten Zahlen- und Rechengvorgängen. In unserem kleinen Arbeitskreis habe ich gelernt und erkannt, daß Mathematik sehr viel mehr mit folgerichtigem Denken zu tun hat. Auch wurde mir klar, daß es in der Mathematik um die sorgfältige Klärung begrifflichen Denkens geht. Ich habe mir überhaupt nicht vorstellen können, daß in einer Arbeitsgemeinschaft über Mathematik Gespräche stattfinden können, wie wir sie gehabt haben."

Else: " Meine Einstellung zur Mathematik, d.h. meine Vorstellung, wie ich mathematische Aufgaben lösen kann, ist durch unsere sokratische Arbeit wesentlich verändert worden: Ich meinte vorher, ich bin absolut unbegabt für Mathematik. Nach unserer Arbeit habe ich erkannt, daß durch das gemeinsame Suchen nach Schritten zur Lösungsfindung nach der sokratischen Methode selbst ich (!) etwas zu einer Lösung beitragen kann."

Frage 2: Was ist durch unsere sokratische Arbeit bewirkt worden, was nicht hätte bewirkt werden können durch eine 15 minütige Erklärung der Zusammenhänge?

Anna: "Ich hätte durch eine kurze Erklärung nicht erkennen können, wie mühselig die Begründung einer Antwort auf eine mathematische Fragestellung erarbeitet werden muß."

Else: "Durch diesen Prozeß habe ich den Weg zur Lösung und die Lösung selbst so aufgenommen, daß ich eine richtige Freude und "Befriedigung" über diese gemeinsame Arbeit empfunden habe. Durch eine kurze Erklärung der Lösungswege hätte ich höchstens nur mit dem Kopf nicken können."

Iris: "Eine Erklärung läßt uns mehr oder weniger passiv versuchen, fremde Gedankengänge nachzuvollziehen. Auch die Schrittgröße kann nicht selbst bestimmt werden. Beides kann ein Verständnis der Zusammenhänge verhindern, da jeder Mensch wahrscheinlich seine eigene Art zu denken hat. Ein negatives Vorurteil, z.B. gegen die Mathematik, und Verunsicherung im eigenen Denken können die Folge sein."

Frage 3: Wie ist das immer vorhandene Maß an Spannung zu erklären trotz einer gewissen Zähigkeit im Fortgang der Arbeit?

(Die folgende Antwort zitiere ich deswegen so ausführlich, weil sie eine gute Vorstellung von einem wesentlichen Merkmal der Methode vermittelt.)

Anna: "Mich hat am stärksten beeindruckt die Art und Weise des Gesprächsverlaufes oder anders gesagt, wie wir durch die Systematik Deiner Leitung zu Arbeitsergebnissen gekommen sind.

Um es noch einmal am Beispiel wiederzugeben: Else äußert eine Meinung. Unklar ist, ob jeder Teilnehmer Else richtig verstanden hat. Hartmut bittet Anna zu sagen, wie sie Else verstanden hat. Anna versucht zu formulieren, was Else ausdrücken wollte. Daniel hat Zweifel, ob Anna die Aussage von Else richtig wiedergegeben hat. Nun faßt Daniel zusammen, was Else sagte und wie Anna es verstanden hat und gibt seine Deutung, wie beide zu verstehen sind. Else ist mit dieser Zusammenfassung nicht zufrieden, weil sie etwas anderes sagen wollte, als Daniel in seiner Zusammenfassung ausdrückte. Hartmut bittet Else, ihren Satz zu wiederholen. Nun ist Else nicht mehr in der Lage, ihren Gedankengang noch einmal so zu präzisieren, wie sie ihn zu Beginn des Gespräches formulierte. Hartmut wiederholt nun die in den einzelnen Beiträgen enthaltenen Kernüberlegungen und hilft uns dadurch, einen Satz zu formulieren, den wir schriftlich festhalten können, weil dieser Satz uns zu einer weiterführenden Einsicht verhilft. Diese Form des Gespräches hat mich am meisten beeindruckt und war auch die Ursache für die dauernde Spannung, die das Gespräch begleitete. Es faszinierte mich geradezu, daß an jedem Morgen die Arbeit wieder mit einer so großen Spannung begann. Weil wir nur vier Teilnehmer waren, konnte ich das Mitdenken jedes einzelnen spüren. Das schrittweise Vorgehen, an dem alle teilhatten, führte dann jeweils zu Teilergebnissen, mit denen alle Gesprächsteilnehmer übereinstimmten. Diese durch die Gesprächsmethode herbeigeführte Übereinstimmung beeindruckte mich am meisten."

Für mich ist im letzten Zitat wichtig die Beschreibung des für das sokratische Gespräch typischen Bemühens um optimales gegenseitiges Verstehen, eine Übung, die auch Auswirkungen über die Mathematik hinaus hat. Welche, davon ist in den folgenden Zitaten die Rede. Zunächst wird auf die Mathematik wie folgt Bezug genommen:

"Da Mathematik immer als so klar und sicher erscheint, war es für mich gut zu erfahren, daß man, um zu dieser Klarheit zu gelangen, sehr gut auf den Gesprächspartner hören muß, um dessen Gedankengang, Argumentation und Begriffsverwendung aufzufassen. Die Problematik von verwendeten Worten und deren Interpretation trat sehr klar hervor. Dies macht deutlich, daß Zuhören allein auch nicht ausreicht, sondern Nachfragen und Wiederholen von Aussagen unbedingt zum gegenseitigen Verständnis nötig ist."

Nachdem die Teilnehmerin auf diese Weise ihre Erfahrung in der Arbeit mit Mathematik beschrieben hat, schreibt sie weiter:

"Gerade in alltäglichen Gesprächen ist die eigene Meinung oft wichtiger und das Zuhören kommt zu kurz, geschweige denn, daß man noch einmal nachfragt, wie denn dies oder jenes gemeint sei, weil man sich für dieses vermeintliche Unverständnis schämt. Im normalen Gespräch gehen viele Gedanken, Gefühle usw. unter, weil sie entweder nicht gehört oder für nicht so wichtig angesehen werden. Gerade dies wichtig Nehmen von Gesagtem hat mich in den nächsten Tagen sehr beschäftigt, da mir zu Hause auffiel, daß ich vieles öfter sagen mußte, aber nicht weil jemand nachfragte, sondern es erst gar nicht registriert hatte." (Christiane, SS 87)

Zum Schluß dieses Abschnittes noch eine kurze, etwas anders nuancierte, aber in die gleiche Richtung zielende Äußerung aus einem Brief einer Teilnehmerin meines ersten Gespräches im Frühjahr 1979 über reguläre Polyeder:

"Das Außergewöhnliche am sokratischen Gespräch selber war für uns die intensive und teilweise auch mühsame Beschäftigung mit einer Frage; diese Beschäftigung, zu der man sich selten soviel Zeit nimmt. Uns ist dabei bewußt geworden, daß man die Bereitschaft zum Bemühen um ein Urteil und zur Geduld auch versuchen sollte, ins tägliche Leben zu übernehmen."

Das Bemerkenswerte an dieser Äußerung ist für mich, daß sie Folge einer eine Woche lang dauernden Beschäftigung mit einer mathematischen Frage ist, einer Beschäftigung, von der keiner sich vorher vorstellen kann, daß sie irgendwelche Auswirkungen auf andere Bereiche des täglichen Lebens hat.

### 5. Die Bedeutung sokratischer Gespräche in der Mathematiklehrerausbildung

Abschließend möchte ich noch etwas zur Bedeutung sokratischer Gespräche für die Ausbildung von Mathematiklehrern sagen, wie sie sich für mich aufgrund der bisherigen Erfahrungen darstellt.

Hierzu liste ich von Teilnehmern berichtete Wirkungen der sokratischen Arbeit auf, über die zum Teil schon in den eben genannten Zitaten berichtet wurde und die sich durch vielfältige weitere Selbstzeugnisse belegen lassen. Sie entsprechen gleichzeitig den Absichten, die ich mit den sokratischen Gesprächen über Mathematik verfolge.

#### (1) Mathematik

- tieferes mathematisches Verständnis - erweitertes Bild von Mathematik
- verbesserte Beziehung zur Mathematik und damit zusammenhängend eine Veränderung des Selbstbildes

#### (2) Mathematik lernen

- Erfahrungen dazu, wie durch die im sokratischen Gespräch vorfindbaren Bedingungen der Erwerb von Einsichten gefördert wird

#### (3) Kommunikation

- Erfahrungen zu Problemen bei der Kommunikation über Mathematik
- Fähigkeit zu einem "sokratisch infizierten" Kommunikationsverhalten auch in nicht streng sokratischen Gesprächssituationen in Unterricht und Alltag.

Alle diese Wirkungen sind für Lehrer bedeutsam und zu allen liegen mir von Teilnehmern Äußerungen vor, die die Bedeutsamkeit dieser Wirkungen für sie selbst thematisieren. Auf einige davon möchte ich kurz etwas näher eingehen.

zu: Erfahrungen dazu, wie durch die im sokratischen Gespräch vorfindbaren Bedingungen der Erwerb von Einsichten gefördert wird

- man merkt eher, ob oder daß man selbst oder ein anderer etwas nicht verstanden hat
- man erfährt, daß die Artikulation des Nichtverstehens für die ganze Gruppe sowie das eigene Denken produktiv werden kann
- das spezielle Klima des Miteinanderumgehens führt dazu, daß man sich ernstgenommen fühlt und eher bereit ist, sich zu äußern
- die Situation führt dazu, daß man gar nicht anders kann als mitzudenken
- dadurch, daß man sich selbst gegenüber anderen verständlich machen muß, wird der Verstehensprozeß in Gang gesetzt

*Hier werden Erfahrungen beschrieben, die nach Einschätzung der Teilnehmer durch die besondere Vorgehensweise beim sokratischen Gespräch ermöglicht wurden und deren Wert für den Erwerb von Einsichten offenkundig ist. Diese Erfahrungen legen den Versuch nahe, auch im "normalen" Unterricht Bedingungen zu schaffen, die ähnliche Wirkungen haben.*

Zu: Erfahrungen zu Problemen bei der Kommunikation über Mathematik

- man erfährt, daß - selbst bei so "eindeutigen" Begriffen und Zusammenhängen wie in der Mathematik - es unterschiedliche Arten, über "ein und dasselbe" zu denken, gibt
- es kann sein, daß alle die gleichen Worte verwenden aber etwas Verschiedenes meinen -es tritt zutage, daß Situationen, in denen scheinbar alles klar ist, gar nicht alles klar ist
- ich habe gemerkt, wie wichtig es ist, sich zu vergewissern, ob man eine Frage oder Antwort richtig verstanden hat, und auch andere mit ihren Worten wiederholen zu lassen, was man selbst gesagt hat

*Diese Äußerungen zeigen, welche Unterschiede im Verständnis zutage treten, wenn man sich so genau zu verständigen sucht, wie es beim sokratischen Gespräch der Fall ist. Diese Erfahrung lassen erahnen, was bei gewöhnlicher Kommunikation im Unterricht alles so unter dem Teppich bleibt - worin sicherlich eine der Ursachen für Lern- und Verständnisschwierigkeiten zu suchen ist.*

Zu: Fähigkeit zu einem "sokratisch infizierten" Kommunikationsverhalten auch in nicht streng sokratischen Gesprächssituationen in Unterricht und Alltag.

- durch die Erfahrung im sokratischen Gespräch habe ich Mut gefaßt, mich auf Diskussionen mit Schülern einzulassen, mich mehr von den Schülern leiten zu lassen, die Lehrerzentrierung mehr durch Schülerzentrierung zu ersetzen
- S\_k -das Verhalten des Leiters im sokratischen Gespräch färbt auf mein Lehrerverhalten ab: sich inhaltlich zurücknehmen
- man ist geprägt durch den Unterrichtsstil der Hochschule: jemand denkt vor, alle denken nach; konvergentes Denken in den Trichter des Lehrers; man lernt nicht mit divergentem Denken umzugehen und flüchtet sich in lehrerzentrierten Unterricht; das sokratische Gespräch zeigt, daß es anders geht; da es in dieser Form in der Schule nicht durchgängig gehandhabt werden kann, stellt sich die Frage: Gibt es einen Mittelweg?

*Diese Aussagen verdeutlichen zum einen, daß durch die Erfahrung des sokratischen Gesprächs gängige Unterrichtspraxis zu Recht suspekt wird, und verweisen zum anderen darauf, daß Schritte in Richtung des nachgefragten "Mittelweges" möglich sind. Es ist sicherlich situationsabhängig, welchen Platz auf der Skala zwischen dem beiden Extremen: Indoktrination und sokratisches Gespräch ein Lehrer mit seinem Unterricht einnehmen kann und will. Wünschenswert wäre aber in jedem Fall, wenn Schüler im Rahmen ihrer Schullaufbahn Gelegenheit hätten, mathematische Fragen im Rahmen eines sokratischen Gesprächs zu bearbeiten.*

### Schlußbemerkung

Für mich zeigen diese Äußerungen, welchen besonderen Wert die sokratische Arbeit in der Lehrerbildung hat: Sie ermöglicht unverzichtbare und anders kaum zu erlangende Erfahrungen, die zu einer sensibleren Wahrnehmung der Verständigungsprobleme im Unterricht führen und gleichzeitig Möglichkeiten aufzeigen, wie man sie mildern kann. Und ohne dies empirisch beweisen zu können, neige ich zu der Annahme, daß diese reflektierten Erfahrungen eine nachhaltigere Verhaltensänderung bewirken als alles angelesene Wissen - ganz im Sinne der sokratischen Idee.

### Literatur

[1] Heckmann, G.: Das sokratische Gespräch. Erfahrungen in philosophischen Hochschulseminaren. Hannover, Schroedel, 1981

[2] Heckmann, G. u. Krohn, D.: Über Sokratisches Gespräch und Sokratische Arbeitswochen. in: Zeitschrift für Didaktik der Philosophie 10 (1988) Heft 1 S. 38 - 43

[3] Nelson, L.: Die sokratische Methode. Kassel-Bettenhausen, Weber, Zucht u. Co. Versandbuchh., 1987

[4] Winter, H.: Vorstellungen zur Entwicklung von Curricula für den Mathematikunterricht in der Gesamtschule, in: Beiträge zum Lernzielproblem, Ratingen 1972