

## **Wenn die Rechnung nicht den Tatsachen entspricht: Kognitive Konflikte beim Rechnen mit Nummern am Fallbeispiel „Felix“**

### **0. Einleitung**

Unser Artikel steht in engem Zusammenhang mit zwei der vielen fruchtbaren Beiträge, die die Mathematikdidaktik Erich Christian Wittmann zu verdanken hat. Der eine ist seine auf die Bedürfnisse von MathematiklehrerInnen zugeschnittene Darstellung der Piagetschen Theorie im Buch „Grundfragen des Mathematikunterrichts“ (Wittmann 1974), der andere ist sein Buch „Mathematisches Denken bei Vor- und Grundschulkindern“ (Wittmann 1982). Dieses Buch regte Dozenten an anderen Hochschulen an, klinische Interviews durch Studierende in die Lehrerbildung einzubeziehen und führte damit dazu, einem von Piaget selbst formulierten Anspruch an die Lehrerbildung gerecht zu werden:

*„Man kann Kinderpsychologie einzig durch die Arbeit an Forschungsprojekten und die Teilnahme an Experimenten wahrhaft erlernen, nicht aber durch Beschränkung auf praktische Übungen, die bloß bekannte Ergebnisse behandeln.“* (Piaget 1974, S. 106) und:

*„Nun begreift man aber in der Psychologie noch mehr als sonstwo die Tatsachen und Interpretationen nur dann wirklich, wenn man selbst Untersuchungen anstellt.“* (a.a.O., S. 109)

Unsere Erfahrungen stützen diese Thesen (vgl. auch Selter & Spiegel 1997) und bestätigen das, was in Wittmann 1985 dazu ausgeführt ist. Klinische Interviews mit Kindern planen, durchführen und auswerten zu können, ist nach den übereinstimmenden Urteilen aller bisher beteiligten Studierenden ein Bestandteil der Ausbildung, dessen Ertrag die Erwartungen weit übertrifft und den der anderen Ausbildungsteile gewöhnlich in den Schatten stellt.

Im Zentrum unseres Beitrages stehen vier Episoden aus einem gemeinsam durchgeführten Projekt zu einem arithmetisch substantiellen Thema. Sie sollen ein Beispiel sein für das was Wittmann in Wittmann 1985 „intermediate practice“ nennt, bei der Theorie und Praxis miteinander in Beziehung gesetzt werden. Insbesondere wollen wir demonstrieren, wie die im Rahmen der Beschreibung kognitiver Grundfunktionen von Piaget verwendeten Begriffe „kognitiver Konflikt“, „Assimilation“ und „Akkommodation“ helfen können, ein Verständnis für das Verhalten lernender Kinder aufzubauen, das als Grundlage für einen angemessenen Umgang mit ihnen taugt. Vorweg geben wir einen kurzen Problemaufriß.

## 1. Worum geht es?

Wir alle kennen das: Eine Kopie kostet 10 Pf und ich will aus einem Buch die Seiten 375 bis 403 fotokopieren. Wieviel muß ich bezahlen?

Man ist spontan geneigt, die Differenz beider Zahlen zu bilden und diese Zahl für die Anzahl der Seiten zu halten. In Wirklichkeit ist es eine mehr. Darauf aufmerksam gemacht, kann man sich möglicherweise auch erklären, warum das so ist.

Wenn die Zahlen kleiner sind, z.B. S. 15 bis S. 22, sieht man bisweilen Leute an den Fingern abzählen - also direkt modellieren - und dann entsteht der Fehler gar nicht erst.<sup>1</sup>

Rechnet man so wie oben beschrieben, wird wirksam, was wir die „Macht des Kalküls“ nennen möchten. Man hat gewisse Standardoperationen gelernt wie z.B. die vier Grundrechenarten. Wenn nun eine arithmetisch zu bewältigende Situation nach einer davon „riecht“, machen wir „kurzen Prozeß“, denken also gar nicht groß darüber nach, und wenden diese Operation an. Es handelt sich hier um die kognitive Grundfunktion, die Piaget „Assimilation“ nennt: Ein Sachverhalt, ein Problem wird an ein schon bestehendes kognitives Schema assimiliert.

Im Prinzip ist das ein nützlicher Mechanismus: In den meisten Fällen ist er erfolgreich und er spart Zeit. Doch - wenn das arithmetische Modell nicht paßt und wir in irgendeiner Form darauf aufmerksam (gemacht) werden, können wir in einen sogenannten „kognitiven Konflikt“ geraten. In dem befinden wir uns, wenn wir einen Widerspruch sehen zwischen zwei Dingen, die wir als richtig akzeptieren. Z.B. das Ergebnis einer Rechnung, die wir für adäquat halten und der Augenschein, der uns von etwas anderem überzeugt. Zur Lösung eines kognitiven Konfliktes müssen wir eines drangeben: Entweder den Glauben daran, daß uns diese Rechnung in diesem Fall zum richtigen Ergebnis führt oder den Glauben an die Richtigkeit des Augenscheins.

Da wir als Erwachsene einige Erfahrung gesammelt haben mit Situationen, in denen wir einen solchen Konflikt erlebt haben, sind wir auch schon mal bereit, unsere Rechnung kritisch zu hinterfragen. Das kann dazu führen, daß wir den kognitiven Konflikt durch eine „Akkommodation“ aufheben, die in diesem Fall darin besteht, daß wir unser mathematisches Modell oder unsere Rechnung korrigieren und so den kognitiven Konflikt auflösen. Das heißt nicht, daß das immer so ist: Auch Erwachsene kann man dabei beobachten, daß sie einen fehlgeschlagenen Assimilationsversuch nicht durch Akkommodation der eigenen kognitiven Struktur korrigieren, sondern ihr Heil in der Uminterpretation des Augenscheins (von der Realität) versuchen.

Die Tatsache, daß bei Rechenproblemen des Alltags, bei denen Nummern (also z.B. Seitenzahlen, Datumsangaben oder Getränkemerkennummern) vorkommen, eine einfache additive oder subtraktive Verknüpfung der Zahlen nicht ausreicht, macht das Thema auch besonders geeignet für das Studium mathematischer Lernprozesse bei Kindern. Ebenso wie bei Erwachsenen lassen sich auch bei Kindern mit solchen Aufgaben sehr leicht kognitive Konflikte auslösen. Und besonders lehrreich ist es, zu sehen, wie sie damit umgehen.

---

<sup>1</sup> Eine ausführlichere - wenn auch nicht erschöpfende - Darstellung des Problemkreises „Rechnen mit Nummern“ findet sich in: Spiegel (1989)

## 2. Wenn die Rechnung nicht den Tatsachen entspricht: Wie Felix kognitive Konflikte löst

Die nachstehend wiedergegebenen Transkripte stammen aus einer Längsschnittuntersuchung, in der jeweils dieselben Kinder am Anfang des 1. und am Anfang des 2. Schuljahres dieselben Aufgaben gestellt bekamen. Jedes Interview umfaßte 6 Kernaufgaben. Ein einleitendes Gespräch stellte sicher, daß die der Aufgabe zugrundeliegende Situation dem Kind klar war. Wir haben aus dem Interview im 2. Schuljahr die Dialoge zu den Aufgaben S1, S2, S3, S4 ausgewählt und geben sie in der Reihenfolge wieder, in der sie im Interview vorkamen.

Die Reaktionen des Kindes auf die Aufgaben bzw. auf die zusätzlichen Impulse der Interviewerin sind u.E. gute Beispiele für Verhaltensweisen, denen die Prozesse zugrundeliegen, die in der Piagetschen Äquilibrationstheorie mit „Assimilation“ und „Akkomodation“ bezeichnet werden und die beim Lernen eine wichtige Rolle spielen.

Unsere Interpretation der einzelnen Dialoge haben wir um der besseren Lesbarkeit willen jedem Dialog direkt nachgestellt. Es ist aber durchaus lohnend, die Dialoge zunächst nacheinander ohne die Kommentare zu studieren, um möglichst viel selbst zu entdecken.

### *Aufgabe S1*

Stefan liest in seinem Lieblingsbuch von oben auf Seite 8 bis unten auf Seite 12; wie viele Seiten hat er gelesen?

- 1 Und am Wochenende hat er ganz viel Zeit gehabt, hat in seinem Buch gelesen. Und zwar hat er von oben auf Seite 8 bis unten auf Seite 12 gelesen. Wieviele Seiten hat er gelesen?
- 2 **...3**
- 3 Mmh. Wie hast Du das rausgekriegt?
- 4 **Ähm, ich hab´ einfach gerechnet, ähm, weil 8 plus 2 gleich 10**
- 5 Mmh.
- 6 **...Plus...1 gleich - das sind 11**
- 7 Mhm. Jetzt hatte ich gesagt, er fängt oben auf Seite 8 an und liest bis unten auf Seite 12
- 8 **Dann sind´s 4**
- 9 Mmh. Und ein ander Mal fängt er in einem anderen Buch an und liest von oben auf Seite 8 bis unten auf Seite 11
- 10 **Das sind 3**
- 11 Und wenn er von oben auf Seite 8 bis unten auf Seite 10 liest?
- 12 **Das sind dann 2**
- 13 Mmh. Und jetzt fängt er oben auf Seite 8 an und liest bis unten auf Seite 9; wieviel Seiten hat er dann gelesen?
- 14 **Eine**
- 15 Mmh. Welche Zahl steht dann auf der Seite, die er dann gelesen hat?
- 16 **9**
- 17 Mmh. Und auf welcher Seite ist er angefangen zu lesen?
- 18 **8**
- 19 Hat er Seite 8 dann auch gelesen?

- 20 **... Ja.**  
21 Also, wenn er jetzt auf Seite 8 anfängt und liest bis unten auf Seite 9 - wieviel Seiten sind es dann, die er gelesen hat?  
22 **Dann sind's 2**  
23 Mmh. Und wenn er jetzt oben auf Seite 8 anfängt und liest bis unten auf Seite 10?  
24 **2**  
25 (?)  
26 **Ach so, 3**  
27 3; und jetzt stell Dir nochmal vor, er fängt oben auf Seite 8 an zu lesen, und er liest bis unten auf Seite 12; wie viele Seiten es dann sind?  
28 **4**  
29 ... Welche Seiten liest er dann? Kannst Du vielleicht mal die Zahlen aufschreiben, die er - die auf den Seiten stehen, die er gelesen hat?  
30 **(schreibt 9,10,11,12)**  
31 *(nach 20 sec)* Mmh. Das wären dann 4 Seiten, ne? Auf welcher Seite ist er angefangen zu lesen?  
32 **(leise) 8?**  
33 Mmh. Und wenn er auf 8 anfängt zu lesen, und er liest bis auf Seite 12?  
34 **Dann - schreib mal, ja?**  
35 Mmh.  
36 **(schreibt unter die anderen Zahlen 8,9,10,11,12)**  
37 *(nach 15 sec)* Mmh. Wie viele Seiten hat er gelesen?  
38 **5**  
39 Mmh. Eben hattest du mal 4 gesagt, ne.  
40 **Ja.**  
41 Weißt du vielleicht, wie das gekommen ist?  
42 **Hier. Weil, ähm - weil - weil - ich hab' gedacht, er fängt bei 8 - hat 8 schon gelesen...**  
43 Mmh.  
44 **...und fängt dann bei 9 erst an.**  
45 Mmh.  
46 **10,11,12 (tippt auf die 10,11,12). Und dann (?).**  
47 Genau. Dann sind es 4; genau - also, die 8 nicht mitgezählt.

### **Kommentar**

Die Antwort in 2 ist überraschend: Die richtige Lösung lautet „5“. Fast alle antworten mit „4“, weil sie die Situation an das Schema: „Differenz der beteiligten Zahlen bilden“ assimilieren. Felix antwortet mit „3“. Würde man hier aufhören zu lesen und versuchen, sich einen Reim auf den Fehler zu machen, so könnte man auch folgendes vermuten. Das Kind hat schon die Erfahrung, daß bei solchen Aufgaben das Ergebnis um 1 von der Differenz abweicht, korrigiert aber in die falsche Richtung. (Zur Aufgabe: „Wieviele Ferientage sind es, wenn der letzte Schultag vor den Ferien der 8. und der erste Schultag nach den Ferien der 12. ist?“ würde die Antwort ja passen.) Was im Dialog danach kommt (bis 8) stützt aber eher die Hypothese, daß er statt mit 12 mit 11 gerechnet hat und daher die „3“ das Ergebnis der typischen fehlerhaften Prozedur ist.

In 9 bis 13 versucht die Interviewerin nun, einen kognitiven Konflikt zu erzeugen, indem sie die Zahl der gelesenen Seiten schrittweise vermindert, damit das Kind spätestens bei „oben auf Seite 8 bis unten auf Seite 9“ merkt, daß es zwei Seiten sind und nicht nur eine. Das klappt häufig und führt dann zu unterschiedlichsten Reaktionen der Kinder. Doch Felix antwortet in 14 unbeirrbar: „Eine“. Die Kraft des Kalküls ist noch ungebrochen.

Die Interviewerin könnte nun fortfahren mit: „Und wenn er von oben auf Seite 8 bis unten auf Seite 8 liest - wieviel Seiten hat er dann gelesen?“ - doch soll man in der Frage einen Plural verwenden, wenn man weiß, daß die richtige Antwort „Eine“ lautet? (Manche Kinder sagen dann in konsequenter Anwendung ihres Prinzips: „Keine“ und verwundern sich dann.) So entscheidet sie sich dafür, die gelesenen Seiten genauer in den Blick zu nehmen, was Felix schließlich veranlaßt, in 22 seine Antwort zu „oben auf Seite 8 bis unten auf Seite 9“ auf „2“ zu korrigieren. Was bleibt ihm schon anderes übrig?

Er hat nun zwar - gewissermaßen in die Enge getrieben durch die Vorgaben der Interviewerin - die richtige Antwort gegeben, eine Akkomodation des für die Bearbeitung dieser Aufgabe herangezogenen Schemas hat aber noch nicht stattgefunden, was aus 23 bis 28 hervorgeht. Für Felix sind immer noch 4 Seiten zu lesen von Seite 8 oben bis Seite 12 unten. Und auf die Aufforderung hin, die gelesenen Seiten aufzuschreiben, rettet er seine Lösung einfach dadurch, daß er die Seite 8 wegläßt, ein weiteres Beispiel für das Beharrungsvermögen, mit dem Kinder an einmal erzielten Lösungen festhalten können. Und in 42: „ähm - weil - weil - ich hab' gedacht, er fängt bei 8 - hat 8 schon gelesen...“ kriegt er ja gerade noch die Kurve zu einem Rechtfertigungsversuch. Wenn er wirklich gedacht hätte „hat 8 schon gelesen“, wäre das eine Erklärung für sein Ergebnis 4. Der Verlauf des Interviews legt für uns aber die Annahme nahe, daß er nicht so gedacht hat, sondern eher schematisch die Differenz gebildet hat und dieses Vorgehen nachträglich durch das Argument stützt, „hab' gedacht ... hat 8 schon gelesen.“

### *Aufgabe S2*

Stefan beginnt oben auf Seite 14 zu lesen. Er liest 3 Seiten. Welche Seitenzahl steht auf der letzten Seite, die er liest?

- 1 Ich les' noch mal vor. Er beginnt oben auf Seite 14 zu lesen, und er liest 3 Seiten.
- 2 **(nach 8 sec) Dann bleibt er auf 17**
- 3 Mmh.
- 4 **Wenn unten an - wenn er 17 gelesen hat, hört er auf.**
- 5 Mmh. Welche Seiten hat er dann gelesen - welche Zahlen stehen auf den Seiten?
- 6 **15,16 und 17**
- 7 Mmh. Und die 1. Seite, die er liest; was steht da für 'ne Zahl drauf?
- 8 **15**
- 9 Mmh. Er fängt aber oben auf Seite 14 an zu lesen.
- 10 **Dann - dann fängt er auf 14 an.**
- 11 Mmh. Und wenn er dann 3 Seiten liest, auf welcher Seite hört er dann auf zu lesen?
- 12 **(?) ...Dann sollte er auf Seite 17 aufhören zu lesen, dann sind's 4**
- 13 Mmh. Genau. Und wenn er nur 3 Seiten liest statt 4?

- 14 **Dann bleibt er bei - dann lie... - dann liest er von - dann liest er - von wo liest er noch mal?**
- 15 Er fängt - er fängt an auf Seite 14 zu lesen - oben auf Seite 14
- 16 **Dann liest er von 15 ab - nee, äh...**
- 17 Wenn er bei 17 -
- 18 **Nee, 14**
- 19 Mmh. Und wo kommt er dann an hinterher, wenn er 3 Seiten gelesen hat?
- 20 **17 - nach der - nee, auf 18, weil er mit 17 fertig ist.**
- 21 Mmh. Möchtest du noch mal die Seiten aufschreiben, die er dann gelesen hat? Also, er fängt oben auf Seite 14 an ...und möchte 3 Seiten lesen.
- 22 *(schreibt 14,15,16; nach 19 sec) 4*
- 23 Mmh. Und wenn er nur 3 Seiten liest?
- 24 **Dann bleibt er bei - ...bei 16**
- 25 Mmh. Ja.

### **Kommentar**

Felix assimiliert die Situation spontan an das Schema „Addieren“ und erhält so das Ergebnis „17“. Die Frage der Interviewerin danach, welche Zahlen auf den Seiten stehen, zielt wieder auf die Erzeugung eines kognitiven Konflikts. Sie erwartet, daß Felix sich auf die Angaben der Aufgabe bezieht, zum Ergebnis „14, 15, 16“ kommt und so seinen Fehler bemerkt. Es kommt aber anders: Das mit einer naheliegenden Standardoperation erzielte Ergebnis hat für ihn ein solches Gewicht, das in dem nun folgenden Dialog die Ausgangssituation so zurechtgebogen wird, daß sie weiterhin an das Schema „Addieren“ assimiliert werden kann, Widersprüche aber umgangen werden: Zunächst hält Felix ausgehend vom Ergebnis 17 an der Angabe „3 Seiten“ fest, so daß 15 zur ersten Seite wird. Darauf aufmerksam gemacht, daß in der Aufgabe von Seite 14 die Rede war, werden es 4 gelesene Seiten statt 3. Als die Interviewerin auf 3 Seiten besteht, wird 15 wieder die Startseite. Erst das Aufschreiben der Seitenzahlen, beginnend mit 14, bei der nochmal 4 Seiten ins Spiel kommen, lassen ihn dann „sehen“, daß bei drei gelesenen Seiten die Seite 16 die letzte ist.

### *Aufgabe M1*

Auf einem Kinderfest werden Getränkemarken verkauft. Für jede Marke gibt es ein Getränk. Sabine hat noch einen Streifen Marken übrig. Am Anfang ihres Streifens ist die Nummer 8 und am Ende die Nummer 12; wie viele Marken hat Sabine?

- 1 Und Sabines Streifen, der fängt mit der Nummer 8 an - auf der 1. Marke steht die 8, und auf der letzten Marke, die sie hat, steht die 12; wie viele Marken hat Sabine dann?
- 2 **Das wären... (flüstert; nach 7 sec) Sie hat... (nach 6 sec) 5 Marken.**
- 3 Mmh. Wie hast du das rausgekriegt?
- 4 **Ich hab' die 8 gez... - ich hab' die 8 gezählt, die 9 und die 10 - das sind - das wären 3; eigentlich rechnet man ja 8 - 8 plus 2, da rechnet man die 8 gar nicht mehr mit.**
- 5 Mmh.
- 6 **(Rechnet man?) dann 9 und 10**

- 7 Mmh.  
8 **Und dann hab' ich bis - bis zur 10 gerechnet, und dann hab' ich weitergerechnet.**  
9 Mmh. Bis zur 12 - gut.

### **Kommentar**

Der Verlauf des Dialoges zur im Interview vorangegangenen strukturgleichen Aufgabe S1 wird einen eher daran zweifeln lassen, daß eine Akkomodation stattgefunden hat, die bei zukünftigen ähnlichen Aufgaben eine angemessenere Modellbildung erwarten läßt. Ein Transfer eventueller Erkenntnisfortschritte auf die Situation der Aufgabe S2 hat ja auch nicht stattgefunden. Um so erstaunlicher ist es, daß Felix hier nicht sofort die Differenz von 8 und 12 bildet, sondern das richtige Ergebnis 5 liefert. Er erhält es, indem er - wie viele Erwachsene in einem solchen Fall auch - zählend die 3 als Anzahl der Marken von Marke 8 bis Marke 10 ermittelt - auch noch erklärt, warum man hier nicht ergänzend  $8 + x = 10$  rechnen darf - und dann die fehlenden 2 hinzunimmt. Es scheint so, als hätte der Dialog zu Aufgabe S1 doch etwas bewirkt. Es kann aber auch nicht ausgeschlossen werden, daß es am Kontext liegt, d.h. daß bei ihm Getränkemarken besser als Buchseiten zu einer korrekten mathematischen Modellbildung führen.

### *Aufgabe M2*

Ein Kind möchte 3 Marken kaufen. Am Anfang des Streifens ist die Marke mit der Nummer 14; welche Zahl steht auf der letzten Marke?

- 1 Und jetzt kommt ein Kind, das möchte 3 Marken kaufen. Das bekommt einen Streifen, da steht am Anfang die Nummer 14; welche Nummer steht dann auf der letzten Marke, die das Kind bekommt?  
2 *(nach 8 sec)* 17  
3 Mmh. Wie bist du darauf gekommen?  
4 *(stöhnt)* Ähm, sie hatte 14 Marken, und dann hab' ich 15 - ...dann hab' ich 15, nee - da hab' ich - ja, dann hab' ich von 15 an gerechnet bis 17  
5 Mmh. Ja. Also, sie kauft Marken, hast du gesagt.  
6 **Ja. Die 15 hab' ich mitgerechnet.**  
7 Und sie kauft 3 Stück. Welche - welche Zahl steht auf der 1. Marke, die das Kind bekommt?  
8 **14**  
9 Mmh.  
10 *(bewegt die Lippen)*  
11 ...Also, auf der 1. Marke steht die 14  
12 *(gleichzeitig)* **Dann hat sie - dann hat sie aber - wie heißt es - ich glaube 4 Marken.**  
13 Wenn sie - wenn auf der letzten Marke die 17 steht. Genau. Und wenn sie nur 3 Marken haben möchte?  
14 **Dann fängt sie bei der fünf... - fängt sie eigentlich - fängt sie bei 15 an.**  
15 Mmh. Aber jetzt soll - auf der 1. Marke steht die 14  
16 **Dann hat sie nur - das Ende war noch mal 17, ne - 16 hat sie dann.**

- 17 Mmh. Die Aufgabe - ich les' noch mal kurz vor. Das Kind möchte 3 Marken kaufen, und auf der 1. Marke, die es bekommt, steht die 14; welche Zahl steht auf der letzten Marke, die es bekommt?
- 18 **...Noch mal - die 14 steht auf der 1. Marke.**
- 19 Mmh.
- 20 **Und, ähm, die 17 dann auf der nächsten - wieviel dazwischen ist?**
- 21 Nee, sie kauft 3 Marken.
- 22 **Ja.**
- 23 Welche Nummer ist auf der letzten Marke?
- 24 **(nach 6 sec) 16**
- 25 Mmh. Gut.

### **Kommentar**

Wenn man in Rechnung stellt, wie hartnäckig Felix bei der Aufgabe S2 („mit Seite 14 beginnend 3 Seiten im Buch lesen“) an seinem Ergebnis „17“ festgehalten hat, wird man nicht unbedingt erwarten, daß er nun auf Antrieb ein korrektes Ergebnis liefert. In der Tat: Im Unterschied zum positiven Einfluß von S1 auf M1 hat die Bearbeitung von S2 wohl noch nicht zu einer Akkomodation geführt, die Felix auf diese strukturgleiche Aufgabe korrekt reagieren läßt.

Er nennt wieder zuerst „17“ als Ergebnis, scheint die Situation also wieder schlicht an das Schema „Addieren“ assimiliert zu haben. Ob seine Antwort auf die Frage, wie er darauf gekommen sei, seinem tatsächlichen Vorgehen entspricht, muß offen bleiben. Wenn es so ist, er also tatsächlich von 14 vorhandenen Marken ausgegangen ist (kardinale Interpretation der 14), dann hat er von seinen (falschen) Voraussetzungen aus mit einer korrekten Überlegung ein für ihn korrektes (im Sinne der Aufgabenstellung falsches) Ergebnis erzielt und dabei wie bei S2 gezeigt, daß er doch schon etwas von den Besonderheiten beim Rechnen mit Nummern erfaßt hat: Es sind 3 Marken von Marke 15 bis Marke 17 (nicht 2).

Er reagiert auch genauso wie bei S2 auf die Einwände der Interviewerin. Am Ergebnis „17“ hält er fest und verändert die Zahlen der Aufgabenstellung, um die Widersprüche aufzulösen. In Zeile 16 hat er schon die richtige Zahl 16 als Ergebnis, da seine Sprechweise aber vermuten läßt, daß er wieder auf eine kardinale Deutung (16 Marken) verfällt, hakt die Interviewerin nochmal nach und auch ohne Aufschreiben der Markennummern erhält Felix nun das korrekte Ergebnis. Ob damit schon eine verfügbare und übertragbare Erkenntnis verbunden ist, daß bei Aufgaben dieser Art die Ausgangszahlen zwar addiert werden können, das Ergebnis aber um 1 vermindert werden muß, ist fraglich.

### **3. Schlußbemerkungen**

Felix ist kein Einzelfall. Ähnliches haben wir bei vielen Kindern erlebt. Es ist beeindruckend, welcher großen Widerstand die Kinder in diesen Fällen einer Akkomodation entgegenstellen. Für uns liegen folgende Schlußfolgerungen bzw. Fragen nahe: Einmaliges Belehren („das haben wir doch schon gehabt“) oder einmaliges Konfrontieren mit Widersprüchen, um Akkomodationen anzuregen, reicht in der Regel nicht aus. Eine notwendige „Erweiterung des ‚Bildes der Wirklichkeit““ (vgl. Wittmann 1981, S.62) setzt ein Überwinden der „konservativen



Haltung“ (vgl. Wittmann 1981, S.65) voraus und dies' ist nicht immer einfach zu bewerkstelligen. Die gängige Unterrichtspraxis scheint hier eher kontraproduktiv zu wirken: Unseren Beobachtungen nach (Thöne 1995, Glahe 1996, Vogt 1996, Ernst & Schmelter 1997) nimmt die Anzahl der typischen Fehler beim Rechnen mit Nummern mit der Dauer des Schulbesuchs zu, und Kinder machen im 2. Schuljahr Fehler bei den gleichen Aufgaben, die sie im 1. Schuljahr noch richtig gelöst haben (Ernst & Schmelter 1997). Angesichts dieser Tatsache stellt sich die Frage, ob dies' zwangsläufig so sein muß oder ob nicht eine veränderte Unterrichtskultur sowie eine Bereicherung des inhaltlichen Angebots der Grundschararithmetik erreichen kann, daß auch bei dieser Art Rechenfälle des täglichen Lebens für Kinder und Erwachsene die Finger nicht die einzige Möglichkeit darstellen, zu korrekten Ergebnissen zu gelangen.

### Literatur

1. Ernst, Annette & Schmelter, Anja (1997): Lösungsstrategien von Kindern bei Sachaufgaben mit Nummern. Fallstudien im zweiten Schuljahr; unveröffentlichte Examensarbeit, Paderborn
2. Glahe, Andreas (1996): Lösungsstrategien von Kindern im 4. Schuljahr bei Sachaufgaben zur Addition und Subtraktion im ordinalen Bereich; unveröffentlichte Examensarbeit, Paderborn
3. Piaget, Jean (1974): Theorien und Methoden der modernen Erziehung. Frankfurt: Fischer
4. Selter, Chr. & Spiegel, H. (1997): Wie Kinder rechnen. Stuttgart: Klett
5. Spiegel, H. (1989): Vom Numerieren und Rechnen mit Nummern - Brief an eine Lehrerin, Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe 17 Heft 7, S. 319-323
6. Thöne, Bernadette (1995): Fallstudien zum Umgang von Kindern mit Sachaufgaben zur Addition und Subtraktion im ordinalen Bereich; unveröffentlichte Examensarbeit, Paderborn
7. Vogt, Bettina (1996): Lösungsstrategien von Kindern bei Sachaufgaben mit Nummern. Fallstudien im ersten Schuljahr; unveröffentlichte Examensarbeit, Paderborn 1996
8. Wittmann, E.C. (1974): Grundfragen des Mathematikunterrichts. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg 1981<sup>6</sup>
9. Wittmann, E.C. (1985): Clinical interviews embedded in the 'philosophy of teaching units'. A means of developing teachers' attitudes and skills. In: Christiansen, B. (ed.), Systematic Cooperation Between Theory and Practice in Mathematics Education, Mini-Conference at ICME 5 Adelaide 1984, Copenhagen: Royal Danish School of Education, Dep. of Mathematics, p. 18-31
10. Wittmann, E.C. (1982): Mathematisches Denken bei Vor- und Grundschulkindern. Eine Einführung in psychologisch-didaktische Experimente. Braunschweig: Vieweg