

Eine(r) schreibt die Lösung an, und alle schreiben ab ...

Über Konzeption und Realisierung alternativer Modelle für Übungen im Bereich "Didaktik der Mathematik"

(Dietlinde Gruß, Hartmut Spiegel)¹

Die lebendiger werdende Diskussion um Formen der Lehre an der Hochschule möchten wir zum Anlaß nehmen, alternative Übungsgruppenmodelle aus dem Bereich Didaktik der Mathematik vorzustellen, die schon über ein Jahrzehnt mit positiver Resonanz bei den Studierenden durchgeführt werden. Nicht von ungefähr erreichte Paderborn bei einer anonymen Fragebogenerhebung im Frühjahr 1993 unter allen (ca. 1400) Lehramtsanwärtern an den Studienseminaren für die Primarstufe in Nordrhein-Westfalen den 1. Platz in der Rangfolge unter den acht Ausbildungsstätten in NRW und zwar mit vergleichsweise großem Abstand zu den Plätzen 3 bis 8.

Gegenstand der Befragung war die Qualität der Lehre im Bereich "Mathematik und ihre Didaktik" mit den Schwerpunkten "Verständnis statt mechanisches Lernen", "selbständiges Arbeiten" und "Praxisbezug". Insbesondere bei Frage 2: "Wieviel Wert wurde aus Ihrer Sicht bei den im Studium angebotenen mathematischen Themen auf wirkliches Verständnis (statt mechanisches Lernen) gelegt?" und Frage 3: "Inwieweit wurde die Fähigkeit geweckt, sich selbständig mit mathematischen Problemstellungen auseinanderzusetzen?" wurden sehr hohe Bewertungen für Paderborn vergeben.

Die Hintergrundüberlegungen und die Praxis, die wir im folgenden beschreiben, betreffen insbesondere die Übungen zu Mathematikveranstaltungen für zukünftige GrundschullehrerInnen mit Mathematik als Pflichtfach. Wir sind aber überzeugt, daß davon auch Anregungen für die Ausbildung anderer Studierendengruppen ausgehen können.

Die Konzeption der Veranstaltungen orientiert sich an

1. bestimmten Grundauffassungen zum Lehren und Lernen von Mathematik und
2. Zielen, die über bloße Stoffvermittlung hinausgehen.

Im Rahmen einer Veranstaltungskonzeption erfüllen die Übungsstunden dann jeweils eine ganz spezifische Funktion, was zu einer weitgehenden Abkehr von der traditionellen Praxis: "Vorrechnen und Besprechen der schriftlichen Hausaufgaben" führt. Die jeweilige Konzeption kann von Dozent zu Dozent verschieden sein, aber auch schon bei ein und demselben Dozenten - abhängig von Teilnehmerzahlen, personeller Ausstattung sowie Erfahrungen bei früheren Veranstaltungen.

Näher vorstellen möchten wir zunächst die "Hintergrundphilosophie" einer Konzeption, die speziell für mathematische Pflichtveranstaltungen für Primarstufenstudentinnen entwickelt wurde.

¹ abgedruckt in der Studierendenzeitschrift „Matik“ im Sommersemester 1994

1. Grundauffassungen zum Lehren und Lernen von Mathematik

Mathematik als Tätigkeit

Die den Veranstaltungen zugrundeliegenden Grundauffassungen zum Lehren und Lernen von Mathematik lassen sich durch folgende Zitate charakterisieren:

"Mathematik ist keine Menge von Wissen. Mathematik ist eine Tätigkeit, eine Verhaltensweise, eine Geistesverfassung.

Immer gilt: Der Schüler erwirbt Mathematik als Geistesverfassung nur über Vertrauen auf seine eigenen Erfahrungen und seinen eigenen Verstand. Viele Schüler haben im Mathematikunterricht erfahren, daß sie mit ihrem Verstand nichts anfangen können, daß es ihnen am rechten Verstand fehlt, daß der Lehrer und das Buch doch alles besser wissen, als sie es sich selber ausdenken können.

Eine Geisteshaltung lernt man aber nicht, indem einer einem schnell erzählt, wie er sich zu benehmen hat. Man lernt sie im TÄTIGSEIN, INDEM MAN PROBLEME LÖST, ALLEIN ODER IN SEINER GRUPPE - PROBLEME, IN DENEN MATHEMATIK STECKT." (Hans Freudenthal)

"1. Mathematisches Wissen kann man nicht vermitteln, Verstehen kann man nicht lehren.
2. Wissen kann nur vom Schüler erworben und Verständnis nur von ihm selbst aufgebaut werden.
3. Bei dem Erwerb von Wissen und dem Aufbau von Verständnis kann der Lehrer Hilfestellung leisten. "Hilfen" sind aber prinzipiell zweiseitig. Auch in der besten Absicht gegebene Hilfen können das Verständnis behindern, wenn nicht sogar verhindern." (Erich Christian Wittmann)

Mathematiklernen in der Grundschule

Diese Auffassungen haben auch Auswirkungen auf die Ziele der Arbeit in der Grundschule:

"...Beim Mathematikunterricht in der Grundschule geht es um wesentlich mehr als nur darum, den Kindern (...) Rechenfertigkeiten in Form von Techniken, Methoden, Kalkülen zu vermitteln, die man notfalls auch ohne Sinn und Verstand benutzen kann. Es geht ganz wesentlich auch darum, Kinder Mathematik als eine Tätigkeit erleben zu lassen, bei der Intuition, Phantasie und schöpferisches Denken beteiligt sind, als einen Bereich, in dem sie durch eigenes und gemeinschaftliches Nachdenken Einsichten erwerben und Verständnis gewinnen können, und in dem sie selbständig Entdeckungen machen können und dabei *Vertrauen in die eigene Denkfähigkeit und Freude am Denken* gewinnen können. Das legt nahe, daß *Mathematiklernen als ein konstruktiver, entdeckender Prozeß aufgefaßt wird.* (kursive Passagen wörtlich aus dem Lehrplan)...(zitiert nach (1))

Rolle der LehrerIn in der Grundschule

Für Norbert Müller und Erich Christian Wittmann ergeben sich hieraus als Konsequenz für die Rolle der LehrerIn in der Grundschule:

"Wir betrachten die Lehrerin nicht (zumindest nicht in erster Linie) als Instruktorin, die nach einer bestimmten didaktischen Strategie (festgehalten z.B. in der Form Lehrerverhalten - erwartetes Schülerverhalten) Wissen vermittelt, sondern sehen ihre Hauptaufgabe darin, Kindern Probleme verständlich zu machen, ihnen einen experimentellen Zugang zur Bearbeitung dieser Probleme zu eröffnen und sie bei ihren "Forschungen" pädagogisch sinnvoll anzuleiten."

Mathematiklernen an der Uni für die Arbeit in der Grundschule

Diese Sichtweise vom Mathematiklernen sowie die Tatsache, daß die Mehrheit der Primarstufenstudierenden mit Pflichtfach Mathematik eine eher passive oder gar ablehnende Lerneinstellung gegenüber der Mathematik hat, führte zur Formulierung folgenden Grundsatzes:

...Im Rahmen der Mathematikausbildung zukünftiger Primarstufenlehrer sollten in einem angemessenen Umfang Lernsituationen geschaffen werden, die gemäß den allgemeinen Zielen und Prinzipien des Grundschulmathematikunterrichts konzipiert sind. Das impliziert insbesondere, daß Studenten Gelegenheiten zu eigenem problemlösenden, schöpferischen Tun bekommen und ihnen Chancen gegeben werden, Spaß an mathematischer Betätigung zu bekommen... (zitiert aus Text (1))

Die Übungsstunden sind der Ort, wo in ganz besonderem Maße diesem Grundsatz Rechnung getragen werden sollte.

2. Über Stoffvermittlung hinausgehende Ziele der Veranstaltung

Im einzelnen sind die über den Kenntnis- und Fähigkeitserwerb hinausgehenden Ziele von Mathematikveranstaltungen für zukünftige Grundschullehrerinnen die folgenden:

im affektiven Bereich

- ggf. vorhandene negative Einstellungen zur Mathematik abbauen
- (...) Spaß an der Beschäftigung mit Mathematik gewinnen,
- Selbstvertrauen in die Kraft der eigenen Vernunft gewinnen,
- Die Freude spüren, die aus dem Entdecken von Sachverhalten und Zusammenhängen oder allein aus dem Gefühl, etwas verstanden zu haben, kommt
- Mut zum Nachdenken haben, auch wenn kein Lösungsweg in Sicht ist
- Bereitsein zu Probieren; wagen, Neues zu denken; sich durch Fehler und Irrwege nicht entmutigen lassen
(zitiert nach (1))

im Bereich didaktischer Einsichten

- Erfahren, daß mathematische Einsicht nicht vermittelt werden kann, indem das Individuum weitgehend passiv bleibt, sondern daß sie durch intensive eigene Aktivität erarbeitet werden muß
- Erfahren, daß Fehler zum Alltag fruchtbarer Lernprozesse gehören, bei ihrem Zustandekommen ein Anteil richtiger Gedanken beteiligt sein kann und man aus ihnen lernen kann, wenn es einem gelingt, sich darüber klar zu werden, wo die Fehlerursache liegt
- Erfahren, daß man im Bereich mathematischen Denkens zu sicheren Aussagen kommen kann, ohne sich auf fremde Autoritäten stützen zu müssen, daß man sich also bei hinreichender Sorgfalt weitgehend auf das eigene Denken verlassen kann (...)

- Durch aufmerksame Beobachtung des eigenen Lernprozesses Erfahrungen machen, die einem helfen, den Lernprozeß des Kindes besser zu verstehen.
(zitiert nach (1))

Um den oben angeführten Zielen möglichst gut Rechnung zu tragen, wurden verschiedene Modelle für Funktion und Ablauf von Übungsstunden entwickelt, die wir im folgenden darstellen:

Verschiedene Übungsstundenmodelle

Je nach Wahl eines bestimmten Modells unterscheiden sich die Ziele und Aufgaben von Vorlesung, Übungsstunde, Hausaufgaben und einem evtl. Skript. Die Übungsstunden haben im allgemeinen folgende Funktion:

...Die Übungen finden in (möglichst) kleinen Gruppen statt und haben den Zweck, die gemeinschaftliche aktive Auseinandersetzung der StudentInnen mit dem Stoff anzuregen. Im Gegensatz zur häuslichen Arbeit werden sie nicht allein gelassen, sondern sie können sich bei auftretenden Schwierigkeiten unmittelbar an die ÜbungsgruppenleiterInnen wenden, um Unterstützung zu bekommen. Als Unterstützung sind alle Maßnahmen erlaubt, die den Studierenden helfen, selbst den richtigen Weg zu finden und sich selbst von der Richtigkeit des eingeschlagenen Weges zu überzeugen. Das Vorführen richtiger Lösungen verbietet sich... (zitiert nach (2))

Modell 1:

Zu Beginn der Übungsstunde wird - evtl. begleitet durch eine mündliche Einführung - ein Arbeitsblatt an die Studierenden ausgegeben. Es kann ein Initialproblem für die ganze Übungsstunde ggf. ergänzt durch eine abgestufte Folge von Leitfragen enthalten. Oder es enthält eine (ggf. aufeinander aufbauende) Sammlung von Aufgaben, die geeignet sind, das selbständige Arbeiten der Studierenden zu stimulieren. Die Studierenden sitzen in Kleingruppen zu viert, arbeiten zunächst allein an den Problemen und begeben sich dann nach und nach ins Gespräch mit den anderen. (zitiert nach Text (2))

Modell 2:

Hier bilden stärker als in Modell 1 Vorlesung, Übungsstunden und Hausaufgaben eine Einheit. In den Übungsstunden wird ein Arbeitsblatt an die Studierenden ausgegeben, das ähnlich wie in Modell 1 ein Initialproblem für die ganze Übungsstunde enthält. Es beinhaltet Aufgaben, die in der Übungsstunde in Kleingruppen zu bearbeiten sind. Die Studierenden sind hierbei frei in der Wahl ihrer Lösungswege. Die Beschäftigung mit dem Arbeitsblatt soll ein Problembewußtsein wecken und in "das Thema der Woche" einführen, das in der Vorlesung systematisch vorgestellt und erläutert wird. An die Aufgaben auf dem Arbeitsblatt, die in der Übungsgruppe zu lösen sind, schließen sich Hausaufgaben an, die das Thema weiterführen und vertiefen. Die schriftlich abzugebenden Hausaufgaben sollen für die Studierenden spätestens nach der Vorlesung vollständig zu lösen sein. Dieses

Modell wird von Herrn Rinkens erstmalig im SS 94 in der Veranstaltung "Ausgewählte Kapitel der Arithmetik" eingesetzt. Orientiert an dem jeweiligen Thema und der Lage der Vorlesung hat die Übungsstunde zeitweise stärker vertiefenden und nachbereitenden Charakter, während die Vorlesung zusätzlich den einführenden Aspekt übernimmt.

Modell 3:

Die Studierenden bringen zu Beginn der Übungsstunden ihre Bearbeitungen der schriftlichen Hausaufgaben mit und geben sie ab. Ein zweites Exemplar haben sie dabei. Sie setzen sich zu viert in Gruppen zusammen, zweckmäßigerweise solche, die bei der Erstellung der Hausaufgaben nicht zusammengearbeitet haben, und vergleichen ihre Lösungen. Sie versuchen, sich auf eine Lösung zu einigen und darüber, welche der Lösungswege, es sind ja häufig verschiedene richtig, akzeptiert werden können und aus welchen Gründen. Das führt zu einer vertieften Beschäftigung mit den Hausaufgaben, wenn in den Gruppen versucht wird, alle zu Wort kommen zu lassen, aufeinander zu hören, sich genau zu verstehen suchen, sich nicht zu überreden, sondern überzeugen zu wollen, anderen nichts vorzusagen, sondern ihren eigenen Weg zu finden helfen, etc. (zitiert nach Text (2))

Modell 4:

In den Übungsstunden werden die bereits korrigierten Hausaufgaben an die Studierenden zurückgegeben. Sie versuchen mit Hilfe der Korrekturen Fehler bei ihrer eigenen Bearbeitung aufzuarbeiten und in Kleingruppen eine richtige Lösung zu finden. (s.o.)

Weitere Modifikationen der obigen Modelle ergeben sich dadurch, ob am Ende der Übungsstunden die ÜbungsgruppenleiterIn Ergebnisse der Aufgaben im Plenum sammelt, häufig auftretende Schwierigkeiten diskutiert, Lösungen von der ÜbungsgruppenleiterIn oder von Studierenden an der Tafel vorgestellt werden.

Texte, auf die Bezug genommen wurde:

(1) Spiegel, Hartmut: Informationsbroschüre für StudentInnen, Paderborn 1989

(2) Spiegel, Hartmut: Konzeptionspapier zur Veranstaltung "Ausgewählte Kapitel der Mathematik WS 92/93", Paderborn 1992, unveröffentlichtes Manuskript