

Hartmut Spiegel

Ist $1:0=1$? Ein Brief - und eine Antwort¹

28.2.1992

" Sehr geehrter Prof. Dr. Hartmut Spiegel!

Ich heiße Nicole Richter und bin 11 Jahre. Ich gehe in die 5. Klasse. In der Mathematik finde ich etwas nicht logisch. Und zwar die Aufgabe $1:0$ =nicht möglich, so heißt es in der 5. Klasse, später ist das Ergebnis unendlich. Doch auch das ist unlogisch. Ich bin der Meinung $1:0=1$. Denn, wenn man eine Torte hat und man lädt Gäste ein, keiner kommt, die Torte wird also nicht geteilt, so bleibt 1 Torte übrig. Was meinen Sie dazu? Bitte antworten Sie.

Mit freundlichen Gren

Nicole Richter"

31.3.1992

"Liebe Nicole,

nun konnte ich mir endlich ein wenig Zeit nehmen , Dir eine Antwort auf Deinen Brief zu schreiben - erinnerst Du Dich noch: die Sache mit $1:0$. Da kann man eine ganze Menge dazu schreiben, wie Du gleich sehen wirst. Ich habe mir Mühe gegeben und hoffe, daß es Dir für Deine Frage ein wenig hilft! Wichtig ist aber, daß Du nicht schnell liest, sondern alles sofort mitzudenken und zu verstehen versuchst. Deswegen sind einige Denkpausen (Pausen **zum** Denken und Pausen **vom** Denken) zwischendurch vielleicht ganz nützlich.

Also: Zu der Aufgabe $1:0$ hast Du eine Rechengeschichte gemacht und gesagt, daß wegen dem, was in dieser Geschichte passiert, $1:0=1$ sein müßte.

Ich frage Dich aber: Ist Deine Geschichte eine, die wirklich zu $1:0$ paßt?

¹ Abgedruckt in: in: Grundschule 27 (1995) Heft 5 S. 8

Ich habe da meine Zweifel und bitte Dich mal, mit zu überlegen.

Nehmen wir mal an, daß Du die Torte **mit** Deinen Gästen teilst und **3** Gäste kommen. Dann heißt die Aufgabe (bei **3** Gästen) **1: 4** (Du bist ja auch noch da!) und das Ergebnis ist: Ein Viertel. Siehst Du, was passiert? Die Zahl, durch die Du teilen mußt, ist immer eins größer als die Zahl der Gäste. Überprüfen wir das nochmal mit einer anderen Zahl, z.B. wenn **1** Gast kommt. Du teilst die Torte mit ihm, und die Aufgabe heißt: **1:2**. Wenn also **kein** Gast kommt, heißt die Aufgabe **1:1**, das heißt, Du teilst die Torte mit Dir selber, also gar nicht und hast sie ganz für Dich - und so kommen wir auf **1:1=1**. Hast Du es gemerkt? Zum "Gar nicht die Torte teilen" gehört ganz logisch die Aufgabe **1:1** und nicht **1:0**. Das Problem ist, daß es zu **1:0** keine passende Geschichte mit dem Teilen gibt, und das ist der Grund dafür, daß bei Euch jetzt gesagt wird: **1:0** hat kein Ergebnis, was nichts anderes heißen soll als: Es ist keine sinnvolle Aufgabe.

Eigentlich könnte ich ja hier aufhören und hoffen, daß Du meine Begründung verstehst und akzeptierst, und auf Deine Antwort warten.

Aber vielleicht interessiert Dich noch ein bißchen von dem, was man noch dazu schreiben kann.

Zum Beispiel kann man, ohne an Deine Geschichte mit den Gästen zu denken, ganz allgemein was zum Teilen von Zahlen und dem Aufschreiben des Teilens sagen. Wenn ich also **24:6** sehe und ans Teilen denke, denke ich daran, daß ich die Zahl **24 in 6 gleiche** Teile teile. Das Ergebnis: **4** sagt mir dann, wie groß die Teile sind. Ich weiß dann, wenn ich **24 als Summe von 6 gleichen Zahlen** schreiben will, daß das so geht: $24 = 4+4+4+4+4+4$.

24:1 heißt dann, daß **24 in einen Teil** geteilt wird, also **gar nicht** geteilt wird. Das Ergebnis: **24** sagt mir dann, wie groß der eine Teil ist, der durch das **Gar nicht** Teilen entsteht. Ich weiß dann, wenn ich **24 als Summe von einer Zahl** schreiben will, daß das so geht: $24 = 24$. (Es fragt sich, ob man hier noch von Summe reden soll)

24:0 heißt dann, daß **in keinen Teil** geteilt wird. Das heißt also, daß auch kein Teil entsteht, für den das gesuchte Ergebnis von **24:0** sagen könnte, wie groß er ist. Daher ist es auch nicht sinnvoll, für **24:0** nach einem Ergebnis zu suchen. Das wäre dann ja auch die Zahl, die ich brauche, um **24 als Summe von keiner Zahl** zu schreiben. Das geht nicht, und deswegen gibt es keine solche Zahl und daher - in diesem Sinne - auch **24:0** nicht.

Das Problem, das Du und viele andere Kinder und Erwachsene haben, kommt daher, daß sie so denken: "in keinen Teil teilen" ist dasselbe wie "gar nicht teilen". Daß

das nicht zweckmäßig ist, habe ich oben zu erklären versucht. Man kann es aber auch anders erklären: Wenn außer $24:1$ auch $24:0$ bedeuten soll: "Gar nicht teilen", dann gibt es für "Gar nicht teilen" zwei Aufgaben: $24:1$ und $24:0$. Nun gut, könntest Du sagen, das ist vielleicht nicht so schlimm, solange sie beide das gleiche Ergebnis haben, also $24:1=24$ und $24:0=24$.

Das ist ja nicht unbedingt verboten, denn daß zwei verschiedene Aufgaben dasselbe Ergebnis haben, kennen wir ja schon: Zum Beispiel: $2+6=8$ und $5+3=8$. oder $3*8=24$ und $6*4=24$. Aber kennen wir auch wie bei $24:1$ und $24:0$ zwei Aufgaben, bei denen 2 Zahlen übereinstimmen (wie hier die 24) und 2 verschieden sind (wie hier 0 und 1) und trotzdem dasselbe herauskommt? Auch wenn uns so schnell keine einfällt, es gibt sie beim Malnehmen mit 0: $3*0$ und $17*0$ haben dasselbe Ergebnis. Aber wenn wir so etwas bei $24:1$ und $24:0$ machen, passiert etwas, was nicht logisch ist. Damit ich Dir das erklären kann, möchte ich Dich kurz an etwas erinnern: Du weißt, daß, wenn $18:3=6$ ist auch $3*6=18$ sein muß, weil die ja Multiplikation die Umkehrung von der Division ist. Wenn also $24:0=24$ sein soll, müßte auch $0*24=24$ sein, und das stimmt ja nicht. Deswegen kann man auch nicht festlegen: $24:0=0$, wie manche Kinder es machen wollen, denn dann müßte $0*0=24$ sein. Man kann sogar sagen: Es kann keine Zahl geben, die das Ergebnis von $24:0$ ist, denn wenn man diese Zahl mit 0 multipliziert, müßte 24 herauskommen. Es kommt aber bei jeder Zahl, die man mit 0 multipliziert, 0 heraus!

Ich glaube, nun hast Du einige Gründe lesen können, warum es heißt: "Durch Null darf man nicht teilen." Das ist ein Satz, den fast alle Erwachsene von der Schule her kennen, aber kaum einer weiß, warum man es nicht darf. Aber ich finde, man kann es doch auch **verstehen** und wünsche mir, daß in den Schulen viel mehr getan wird, damit alle das verstehen, was man auch verstehen kann. Mathematik braucht man nicht nur zu **glauben**.

Aber wir sind noch nicht fertig. Da war doch noch die Sache mit: $1:0$ ist gleich "unendlich", wovon Du auch in Deinem Brief geschrieben hast. Das lernt man später, und es wird so geschrieben: $1:0=\infty$. Wie die Mathematikerinnen dazu kommen, so etwas zu sagen, kann man vielleicht verstehen, wenn man an die andere Bedeutung des Teilens von Zahlen denkt. Ich habe vorhin geschrieben, daß man sich bei $24:6$ denken kann, daß man 24 in 6 gleiche Teile teilt. Man kann sich aber auch noch etwas anderes denken: Die Frage: Wieviel ist $24:6$? kann man auch verstehen als: "Wie oft paßt die 6 in die 24"? oder: Wieviel Sechsen brauche ich, wenn ich 24 als Summe von lauter Sechsen schreiben will: Die Antwort ist 4, denn

So, nun höre ich endlich auf - nach so viel Text. Ich hätte ja viel lieber mit Dir darüber gesprochen und dabei versucht, Dir dabei so Fragen zu stellen, daß Du vieles selbst herausbekommst. Aber bei dieser Entfernung geht es erstmal nur so.

Zum Schluß möchte ich Dir noch einmal sagen, wie sehr ich mich über Deinen Brief, Deine Frage und Deine Erklärung gefreut habe. Da ich mich sehr dafür interessiere, wie und was Kinder über Mathematik denken, würde ich mich auch freuen, wenn Du mal wieder eine Frage hast und sie mir schreibst. Auch wenn es lange dauert, eine Antwort bekommst Du bestimmt. Und worum ich Dich ganz herzlich bitte, ist, daß Du mir bald schreibst, ob Du was mit meinen Erklärungen anfangen konntest.

Und ganz zum Schluß habe ich selbst noch eine Frage an Dich, bei der mich interessiert, ob und wie Du sie beantwortest. Erinnerung Dich bitte nochmal an die beiden verschiedenen Fragen, die man beim Teilen stellen kann, z.B. bei 24:6:

1. Frage: Wie groß ist jeder Teil, wenn ich aus 6 gleiche Teile aus 24 mache.

2. Frage: Wie oft paßt die 6 in die 24?

Zwei ganz verschiedene Fragen - einmal nach der Größe der Teile und einmal nach der Anzahl der Teile. Ich finde, es ist doch ganz verwunderlich, daß bei so verschiedenen Fragen - auch wenn die gleichen Zahlen beteiligt sind - dasselbe herauskommt. Anders gesagt: Wie kann ich eigentlich sicher sein, daß dasselbe herauskommt, wenn ich 84350 in 175 gleiche Teile teile und wenn ich gucke, wie oft die 175 in die 84350 paßt? Zwei ganz verschiedene Fragen - aber dieselbe Aufgabe, nämlich $84350:175$! Wie kann das angehen? Doch nur, wenn ich weiß, daß beide Fragen dieselbe Antwort haben! Hast Du eine Erklärung dafür?

Ganz herzliche Grüße von

Hartmut Spiegel"