Kinder auf dem Weg zum schriftlichen Addieren – Ein Brief an eine Lehrerin[1]

Von *Catharina Becker* und *Hartmut Spiegel* in Paderborn

Liebe Anne,
in unserem Gespräch neulich hast Du gesagt, Du würdest gern etwas ausführlicher darüber erfahren, was wir von Februar bis April bei der Erarbeitung der schriftlichen Addition alles überlegt und erlebt haben, – und zwar, weil Du selbst demnächst ein drittes Schuljahr unterrichtest. Gerne gehen wir daran, dies aufzuschreiben, in der Hoffnung, daß auch Du ein wenig von dem hast, was für uns durch diese intensive stundenlange Arbeit dabei rumgekommen ist. Doch – wie und wo anfangen?

Erstmal etwas, von dem Du direkt vielleicht nicht so viel hast, aber was uns wichtig ist. So ganz überraschend war es für uns nicht, aber nach diesen Erfahrungen wird es mehr und mehr für uns zur Gewißheit: Es spricht mehr **dagegen** im 3. Schuljahr – oder in der Grundschule überhaupt – die vorgeschriebenen Standardverfahren der schriftlichen Addition und Subtraktion den Kindern zu vermitteln, als dafür – und zwar, weil man dabei mehr **verlernt** als lernt.[3]

„Wie Du Dir, Hartmut, nach unserem Telefonat denken kannst, habe ich eine Menge von Eurer Bemerkung. Nachdem ich den Sinn der schriftlichen Addition (so früh) selbst in Zweifel gezogen habe, habt Ihr mir durch Eure Bemerkung den Mut gegeben, Konsequenzen aus meiner eigenen Skepsis zu ziehen."

Aus Eurer Formulierung: „. . . von dem Du direkt vielleicht nicht so viel hast, könnte man heraushören: Ihr armen Lehrer, Ihr habt ja keine Entscheidungsfreiheit über das, was ihr in der Schule tut."

Was lernt man mit den schriftlichen Verfahren? Man lernt eine höchst bedeutsame Erfindung in der Geschichte der Mathematik kennen und nutzen. Du weißt, warum sie bedeutsam ist: Sie liefert ein Rezept, das Personen, die nicht mehr können als das kleine Einspluseins und das kleine Einsminuseins (oder vielleicht auch: das kleine „Einsergänzungszwei"), in die Lage versetzt, in einer höchst effizienten Weise Zahlen beliebiger Stellenzahl – auch unvorstellbar große – zu addieren oder zu subtrahieren. Und das besinnungslos, also rein mechanisch, ohne zu verstehen, was passiert. Diese Erfindung ermöglicht das **nichtdenkende Rechnen**, sie macht aus einer vorher anspruchsvollen eine einfache Tätigkeit eine wichtige Voraussetzung dafür, daß sie auch von mathematisch nicht so fortgeschrittenen Personen ausgeführt werden kann.[4] Nachdem allerdings handliche Maschinen erfunden wurden, die die dazu nötigen Operationen blitzschnell und fehlerfrei ausführen, kann man sich – wie *Stuart Plunkett* auch – fragen, ob man diese Tätigkeit nicht den Maschinen überlassen kann und in welchem Ausmaß dann Menschen heute noch diese Tätigkeiten lernen und benutzen sollten.

Du wirst – wie viele andere auch – vielleicht einwenden, daß man sich – zumindest auf diesem Gebiet – nicht von Maschinen abhängig machen soll, und wir wissen auch einiges dazu zu sagen, aber uns geht es hier vorzugsweise nicht um ein Plädoyer für die vollständige Abschaffung dieser Verfahren, sondern zunächst nur darum, ihre u. E. zu frühe Einführung (und hier handelt es sich tatsächlich mal um eine „Einführung") in Frage zu stellen. Warum?

Weil die vorgeschriebenen Algorithmen (ganz besonders bei der Subtraktion) sich schwer oder gar nicht an die „natürlichen" Vorgehensweisen der Kinder anschließen lassen. Die Kinder benötigen bei deren Verwendung das denkende Rechnen nicht mehr, das sich auf vielfältige persönliche Strategien, Zahlvorstellungen und Zahldarstellungen stützt, geben es daher auf und üben es nicht in dem Umfang, wie es wünschenswert ist, damit sie auch weiterhin und insbesondere mit großen Zahlen denkend rechnen und sich dadurch ihre Zahlvorstellung erhalten.

„Könnt Ihr nicht irgendwie prägnanter an den Anfang des Absatzes setzen, daß Ihr Euch dagegen wehrt, daß den Kindern das Denken ausgetrieben wird? Was ist das auch für eine Idee, zuerst mühsam mit den Kindern operatives Rechnen zu praktizieren und ihnen dann durch den hohen Stellenwert der schriftlichen Verfahren deutlich zu machen: „Bis hierher habt ihr euch quälen müssen, ihr ward ja schön blöd! Nun tretet ein in den Club der Eingeweihten. Es gibt einen Zaubertrick, der euch weiterhin die Qual ersparen soll!" Die Kinder müssen sich ja hochgenommen fühlen. Nach dem Lesen Eurer Gedanken habe ich mich auch nicht mehr gewundert, warum die Kinder aus dem 3. Schuljahr, aus dem ich Dir, Hartmut, berichtet habe, sich geweigert haben, wieder die Methoden (des Denkens – oder der Dummheit) zu nutzen, um eine Addition zu lösen."

Wir glauben also, daß es mehr Vorteile als Nachteile hätte, das normierte schriftliche Rechnen erst in Klasse 5, d. h. in der Grundschule gar nicht, zu erarbeiten. Da es aber nun einmal noch im Lehrplan vorgeschrieben ist, mußten wir – jetzt in der 2. Hälfte des 3. Schuljahres – versuchen, das Beste daraus zu machen oder: den Schaden in Grenzen zu halten.

Zunächst haben wir uns überlegt: „Wie sag ich's meinem Kinde?" Irgendwelche Vorgaben muß es ja geben, denn kein vernünftiger Mensch kann erwarten, daß die Kinder beim Rechnen beliebig vieler Aufgaben irgendwann mal genau das vorgeschriebene Verfahren entdecken – wie überhaupt

bei Konventionen aller Art der Versuch, die Kinder diese vollständig „entdecken" zu lassen, ziemlich unsinnig ist. Andererseits wollten wir auch nicht unvermittelt mit der Tür ins Haus fallen, wie dies häufig geschieht, sondern an das anknüpfen, was die von uns unterrichteten Kinder[5] selbst schon gemacht hatten. Diese hatten zu Beginn des dritten Schuljahrs, als sie ihre Punktzahlen des Sportfestes selbst addierten, bei einer Aufgabe wie z. B.
281 + 372 + 266 + 432
folgende Strategien benutzt:

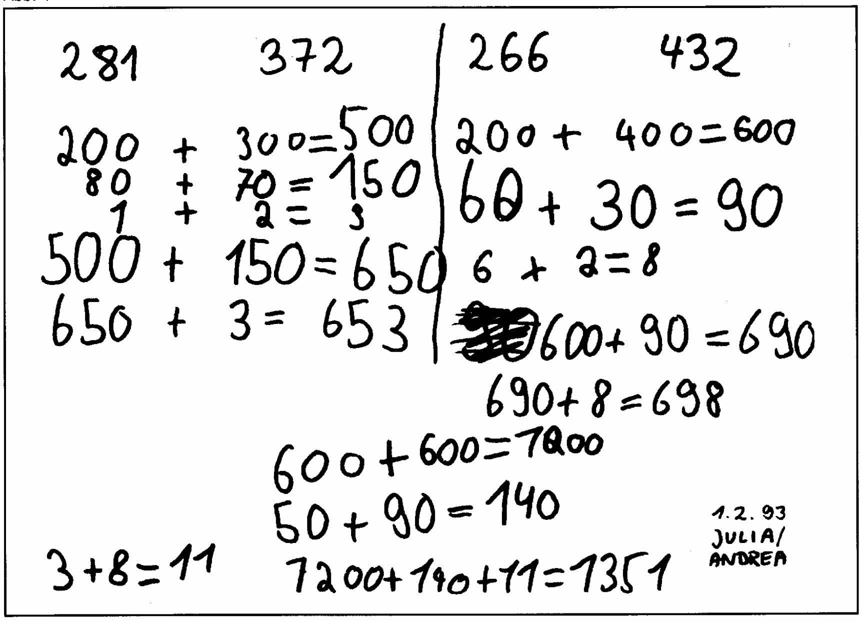
– Zusammenfassen von Paaren: z. B. erst die beiden kleinen: 281 + 266, dann die beiden großen 372 + 432; dann Addition beider Ergebnisse
– geschicktes Addieren bestimmter Teilzahlen, so daß „100" herauskommt:
z. B. 70 + 30 aus 372 und 432
– getrenntes Addieren der „Stufenanteile" in der Reihenfolge: erst die Hunderter, dann die Zehner, dann die Einer paarweise oder gleich für alle vier Zahlen[6]

Letzteres Vorgehen übernehmen die Kinder übrigens gern ins spaltenweise Rechnen mit den Ziffern, wo sie dann auch von vorne anfangen. Wir haben uns überlegt, woher das wohl kommt, daß sie dazu neigen, mit den „großen Bestandteilen" der Zahlen zu beginnen. Als Grund dafür ist uns eingefallen: Das Große ist für die Zahlvorstellung und auch für die Praxis (Anwendung) bedeutsamer als der „Kleckerkram" dahinter – wahrscheinlich sprechen und schreiben wir deshalb die Zahlen auch in dieser Reihenfolge.
Unser ursprünglicher Plan war so:

– Zuerst rechnen die Kinder Aufgaben nach ihren eigenen Methoden.
– Anschließend versuchen sie, die Methoden der anderen Kinder aufzufassen und zu verstehen.
– Durch diese Vorbereitung geübt in der Analyse fremder Rechenwege sollen sie sich an Hand von ausgewählten Beispielen das Verstehen des Standardalgorithmus als einen weiteren möglichen Rechenweg selbst erschließen.

Wie wir unseren Plan tatsächlich durchgeführt und wo wir ihn warum abgeändert haben, erzählen wir Dir nun.
In der ersten Arbeitsphase forderten wir die Kinder auf, in Partnerarbeit eine Aufgabe (die Summe von vier dreistelligen Zahlen) mit ihren eigenen Strategien zu lösen und auf Plakate zu schreiben (ein Beispiel zeigt Abb. 1). Die sich daran anschließende vergleichende Besprechung im Stuhlkreis vor der Tafel führte dazu, daß die Kinder die Vielfalt der verschiedenen Rechenwege zur Kenntnis nahmen. *Annika* formulierte als ein Fazit: *„Jeder hat halt seine eigene Art zu rechnen und kommt anders zum Ergebnis."*
Als nächstes sollten sich die Kinder noch intensiver im Analysieren anderer Methoden üben: Anhand eines von anderen Kindern nach einer eigenen Methode gerechneten Beispiels sollten sie die besondere Vorgehensweise dieser Methode erkennen und auf ein anderes Beispiel anwenden. Bei dieser Arbeit stellten wir fest, daß die Schwierigkeiten der Kinder, die Methoden anderer allein aufgrund einer schriftlichen Vorlage zu verstehen, größer waren als erwartet. Wir änderten daher unseren ursprünglichen Plan und entschlossen uns, als nächstes den Kindern das gängige Rezept des schriftlichen Addierens für Aufgaben *ohne Übertrag* **mitzuteilen**.
Wir verfaßten dazu einen Text, der die Vorgehensweise anhand eines Beispiels drei dreistellige Zahlen erläuterte. Das Ganze war verpackt in die Geschichte des Häuptlings „Schlauer Fuchs", der sich eine ganz besonders einfache Regel zum Addieren ausgedacht hat (vgl. Arbeitsblatt „Schlauer Fuchs"). Durch diese Art der Präsentation haben wir den Kindern auch eine Möglichkeit für ent-

Abb. 1



Häuptling Schlauer Fuchs' neueste Erfindung !!!

Meine Aufgabe :

424 + 151 + 322 = ?

1. Schreibe die drei Zahlen genau <u>untereinander</u> (jede Ziffer in ein Kästchen) und ziehe einen Strich unter sie.

2. Zähle die <u>Einer</u> zusammen und schreibe das Ergebnis genau unter die Einer unter den Strich.

3. Zähle die <u>Zehner</u> zusammen und schreibe das Ergebnis genau unter die Zehner unter den Strich.

4. Zähle die <u>Hunderter</u> zusammen und schreibe das Ergebnis genau unter die Hunderter unter den Strich.

Schon bist du fertig !!!

deckendes Lernen eröffnet: Als manche von ihnen nämlich nach der ersten Erprobungsphase mit vorgegebenen Beispielen die Methode bei selbst erdachten Aufgaben anzuwenden versuchten, stießen sie auf das Problem des Übertrages, mit dem sie dann in unterschiedlicher Weise umgingen. Es kamen Fehler vor, wie sie aus der Literatur bekannt sind, aber auch richtige Lösungen.

Mit einem solchen durchaus herausfordernden Problem – einer Aufgabe mit Übertrag – startete *Catharina* dann die Schlußphase, in der sie nacheinander jeweils die Arbeit einer Gruppe von vier Kindern moderierte. Diese erarbeiteten sich weitgehend selbständig, wie man dieses Verfahren bei Aufgaben anwendet, bei denen ein Übertrag vorkommt.

Dabei zeigte sich deutlich, daß die Kinder im Unterschied zu den Strategien, die sie selbst anwenden, in drei Dingen umlernen bzw. Neues lernen mußten. Es handelt sich um:

die **Rechenrichtung** (erst die Einer etc.: vom Kleinen zum Großen)

die **Übertragstechnik** und

das **Rechnen mit Ziffern** (also z. B. „drei" statt „Dreihundert").

Was die **Rechenrichtung** betrifft, entdeckte und artikulierte *Lucy* z. B., daß es bei manchen Aufgaben (solchen mit Überträgen nämlich) schwierig ist und länger dauert, wenn man vorne anfängt, „weil man dann die Zwischenergebnisse immer wieder durchstreichen und verändern muß".

Was die **Übertragstechnik** angeht, konnten wir deswegen interessante Beobachtungen machen, weil wir zunächst keine Vorgabe bezüglich der Notierungsweise gemacht haben: So haben alle Kinder zunächst die Überträge ohne Hinschreiben von „Hilfseinsen" mitgerechnet. Einige haben dies auch später mit sehr niedriger Fehlerquote beibehalten. Andere haben sich Einsen oder Striche über die Summanden in die jeweilige Stelle geschrieben, was unter dem Aspekt „Übersichtlichkeit" viel günstiger ist, als sie zwischen Summanden und Additionsstrich zu quetschen. Beim Vergleich zwischen Einsen und Strichen meinte *Florian*, daß, wenn man mal eine „2" (als Übertrag) schreiben muß, dies zeitsparender mit „2" als mit „II" zu schreiben ist. Da wir auch die Bezeichnung „Übertrag" nicht einführten, ergab sich die **sprachliche Umschreibung der Überträge** sehr natürlich aus der konkreten Erfahrung und Behandlung als „Rüberschieben", „Weitergeben" bzw. „mit nach vorne nehmen", „weil der Hunderter nicht mehr drauf (auf den Zehner) geht".

Wir haben auch später den Begriff „Übertrag" nicht eingeführt, weil die Sprache der Kinder viel eindeutiger und ausreichend zur Verständigung ist.

Was das **Rechnen mit Ziffern** betrifft, haben wir von den Kindern gelernt, als unser Versuch bei der Arbeit mit der ersten Gruppe, die Kinder zur entsprechenden Sprechweise zu veranlassen – also auch bei den Hundertern z. B. „sieben plus acht gleich fünfzehn" in die Hose ging. Ab dann haben wir sie nicht mehr gedrängt, mit Ziffern zu rechnen oder zu sprechen. Daß sie aus der vorhergehenden Beschäftigung mit dem Hunderter- und Tausenderraum den *Stellen*wert der Ziffern sehr gut verinnerlicht hatten, zeigte sich daran, daß sie dieses fast immer im Blick hatten und eine „2" an zweitletzter Stelle sofort als „zwanzig" lasen. Für einige Kinder war es dann auch völlig logisch, daß in die Ergebnisspalten ebenfalls Ziffern geschrieben werden mußten, denn: „...es soll ja sofort das *Ergebnis* rauskommen." *Sebastian* erklärte sehr anschaulich mit den Händen, wie er sich dies vorstellte, indem er die Einer- und die Hunderterspalte abdeckte und so zeigte, daß in die Zehnerspalte nur einstellige Ziffern passen. Weitere Erklärungen: „...bei 75 versteckt sich die 0 von der 70 unter der 5." und „...das (die Ziffern) sind Abkürzungen für die echten Zahlen."

Einige Kinder markierten sich die Spalten zusätzlich mit „T, H, Z, E" oder „1000, 100, 10, 1".

„Die Idee, beim Rechenverfahren weiterhin mit Zahlen und nicht mit Ziffern zu operieren, ist durch ihre Einfachheit genial. Meine Kinder werden von Euren Gedanken profitieren".[7]

Die Reduktion auf die Ziffern wird sich mit der Zeit ganz von selbst einstellen. Aus diesem Denken in Zahlen und nicht in Ziffern ergab sich auch ganz natürlich die Übertragstechnik: Wenn ich in der Einerspalte durch Addition eine 13 erhalte, dann ist es ganz klar, daß der Zehner, der da entsteht, „rübergeschoben" werden muß in die Zehnerspalte. Interessant war in diesem Zusammenhang – und das konnten wir nur beobachten, weil *drei* Zahlen addiert wurden – daß viele Kinder den Übertrag sofort in dem Moment vornahmen, in dem er entstand, also z. B. nicht erst rechneten 13 + 5 = 18, sondern den Zehner „rüberschoben" und dann 3 + 5 = 8 rechneten.

Wie wichtig es gewesen ist, daß wir die Kinder nicht gedrängt haben, sofort in Ziffern zu sprechen und zu rechnen, sondern auch Zwischenformen zugelassen haben, bei denen z. B. von „2" gesprochen, aber „20" gemeint war (oder umgekehrt) oder die Kinder sich zuerst Zwischenergebnisse aufgeschrieben haben, wie wichtig dies also gewesen ist, hat sich sehr schön an *Marcel* gezeigt, von dessen Entwicklung wir kurz berichten wollen:

Marcel war nach der Gruppenarbeit, in der wir Aufgaben ohne und mit Übertrag gerechnet sowie Schreibweisen für Überträge und fehlerhafte Ergebnisse besprochen hatten, völlig verwirrt. Er hatte vorher bei der halbschriftlichen Addition die Summanden in für ihn günstige Teilsummanden zerlegt und tat dies, wie schon angedeutet, von vorne.

Das Addieren von hinten nach der neuen Regel war auch nicht das Problem, sondern die Verkürzung der Addition auf das Rechnen mit Ziffern. So hat ihn verwirrt, daß *Sebastian* sich für die Zehnerspalte als Zwischenergebnis „12" und nicht „120" notierte, daß Teile von Zwischenergebnissen in der nächsten Spalte mitberechnet wurden, daß *Holger* sich „Einsen" über den Spalten notierte. In Anknüpfung an seine eigene Rechen- und Schreibweise haben wir dann mit ihm eine Zwischenform vereinbart, bei der er die Teilergebnisse der einzelnen Spalten unter den Strich in die jeweilige Spalte schrieb und diese dann im Kopf addierte, wie z. B. hier:

3	7	1
2	3	8
3	2	6
8	120	15
9	3	3

Daß er dabei die Hunderter verkürzt aufschrieb, war für ihn selbstverständlich. Vielleicht lag es auch daran, daß dies die letzte Stelle war oder daß

So kann man schnell rechnen

Aufgabe:
109+ 100 +390 = ?

1. Die Zahlen untereinander schreiben jede (Ziffer in ein Kästchen) und einem Strich darunter ziehen.

2. Rechne die <u>Einer</u> zusammen und schreibe das Ergebnis genau unter die Einer unter den Strich. (Wenn es mehr als 10 ergibt schreibts du eine 1 über die 10ner).

3. Rechne die <u>Zehner</u> zusammen und schreibe das Ergebnis genau unter die Zehner unter den Strich. (Wenn du bei den Einern eine 1 über die Zehner geschrieben hast mußt du sie mitrechnen! Wenn das Ergebnis über Hundert ist, mußt du die Hundert über die Hunderter schreiben und beim Hunderter abzählen mit-rechen! den Rest ~~unter den~~ beim Zehner ~~mit~~ zählen.

4. Mache es genau so wie beiden anderen!

Lucy

Abb. 2

drei Ziffern für ein Kästchen wirklich zu viel gewesen wären. *Marcel* durfte solange in dieser Form rechnen, bis die Verkürzung auch der anderen Stellen für ihn kein Problem mehr war. Er hat dann lange ohne die Notation der „Überträge" gerechnet und sich erst später, vielleicht auch unter dem Eindruck der anderen Kinder, deren Notation angewöhnt.

Für ihn wie auch für alle anderen Kinder ist die Bedeutung der „Einsen" bei der Addition stets erklärbar geblieben: als der erreichte volle Zehner bzw. Hunderter aus der vorigen Spalte, der dort nicht mehr notiert bzw. untergebracht werden konnte. Es war daher auch nie ein Problem, was die „1" nun bedeutete: „10" oder „100", dies ergab sich eindeutig aus der Rechnung vorher und aus der Spalte, in der die „1" stand.

Zum Abschluß haben wir die Kinder aufgefordert – auch im Sinne einer Lernzielkontrolle für uns –, eine verbesserte Regel für die schriftliche Addition zu schreiben, bei der deutlich wird, was man machen muß, wenn in den einzelnen Spalten Ergebnisse größer oder gleich 10 herauskommen.

Die – in der sprachlichen Formulierung – sehr unterschiedlichen Ergebnisse (ein Beispiel vgl. Abb.2) haben den oben beschriebenen Eindruck bestätigt: die Kinder haben das Verfahren verstanden *und* können den Algorithmus erklären. Wie ist das wohl am Ende der Grundschulzeit?

Tja, da haben wir nun die schriftliche Addition erarbeitet, die Kinder haben etwas Neues gelernt und wir auch, und wir waren auch ganz zufrieden – bis auf die Befürchtung, daß die Kinder mit zunehmendem Gebrauch dieser „Maschine" wertvolle Möglichkeiten verlieren, ihr Zahlgefühl und ihre vielfältigen Strategien immer wieder aufs Neue zu erproben. Wir sind auch gar nicht sicher, ob sie reif genug sind, die Genialität dieser Erfindung so recht einzuordnen und zu würdigen – ein Punkt, der auch immer unter den Argumenten „dafür" auftaucht.

Wie es dann uns und den Kindern mit der Subtraktion ergangen ist, werden wir Dir demnächst schreiben. Das ist eine längere Geschichte.

„Zum Schluß:
– Ich wünsche meinen Kindern, die Freude am Rechnen und dem Hilfsmittel „Kopf" zu erhalten. Sie sollen erfahren: Es gibt zwei Zaubertricks: den Algorithmus, aber auch das gekonnte Operieren mit Zahlen im Kopf. Ich wünsche ihnen, daß sie wie ich beim Einkauf von 50 Teilen triumphierend 132,47 DM hinlegen, ehe die Kassiererin etwas gesagt hat. Einkaufen wird nämlich spannend, wenn man dabei seinen Kopf trainiert! (albern und verrückt?)
– Bemerkungen zu Eurer Einstellung zum Umgang mit Veranschaulichungsmitteln fehlen mir."

Nachträge:
1. Du hast recht: Bemerkungen dazu, was wir uns in diesem Zusammenhang zum *Umgang mit Veranschaulichungsmitteln* gedacht haben, sollten nicht fehlen. Wir versuchen, es kurz zu machen:
Mit Material ist in dieser Klasse am Anfang des dritten Schuljahres viel gearbeitet worden, als es darum ging, die Zahlvorstellungen im Zahlenraum bis 1000 zu fundieren. Schon bei der erneuten Bewußtmachung des Stellenwertprinzipes wurde zwar die Stellentafel, aber kein Material, sondern Ziffern verwendet. Wieso kommt man eigentlich auf die Idee, an dieser Stelle statt Ziffern Material zu verwenden – bei Kindern, die im Bereich der einstelligen Zahlen nun wirklich klare Zahlvorstellungen haben? (Soll hier wieder *Piaget* verantwortlich gemacht werden?) Erst recht hielten wir es – auch aufgrund unserer Einschätzung der Vorkenntnisse dieser Kinder – für überflüssig, den Additionsalgorithmus mit Material auf der Stellentafel zu modellieren. Die Erfahrungen haben uns gezeigt, daß diese Einschätzung richtig war. Aber auch bei Kindern, bei denen man meint, die Verwendung von Material an dieser Stelle sei nötig, sollte man den Algorithmus erst dann einführen, wenn sie über die Voraussetzungen verfügen, ihn auch ohne Modellierung mit Material zu verstehen.
2. Etwas anderes ist uns noch eingefallen, was wir *auch aus dieser* Arbeit wieder gelernt haben: Schon bei der **Arbeit mit vier Kindern** erschien es uns manchmal schwierig, auf deren individuelle Schwierigkeiten angemessen einzugehen, das Neue mit ihren eigenen Vorstellungen zu verknüpfen. Du wirst Dich bei Gelegenheit beim Betrachten der Videos selbst davon überzeugen können.
Um wieviel fragwürdiger muß dann ein Vorgehen sein, bei dem versucht wird, den Kindern im Klassenverband das Verfahren so nahezubringen, daß sie sich nicht überfahren fühlen. Natürlich kann man sie mit weniger Aufwand und in sehr viel kürzerer Zeit abrichten, mechanisch zu rechnen („Zahnrädchen schleifen" fällt uns dazu ein) – aber an so etwas wollen wir uns nicht beteiligen.
Von daher scheint uns auch ein weiteres Mal die Richtigkeit von *Jules* Vorgehensweise bestätigt zu sein, die auch unter ganz gewöhnlichen Bedingungen an solch wichtigen Themen nacheinander mit kleinen Gruppen von Kindern arbeitet, während die anderen an ihrem Wochenplan arbeiten:

Texte aus dem Projekt; im Rahmen dessen diese Arbeit durchgeführt wurde

Spiegel, H. u. *Weddeling, A.*:
Rechenscrabble – produktives Üben der Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 10. in: Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe 19 (1991) Nr. 12, S.550-557
Der Zwanzigerzug – Ein Übungsmaterial für die Arbeit mit den Zahlen bis 20 im ersten Schuljahr. in: Die Grundschulzeitschrift 52 (1992) S.24-25
Die Einspluseinstafel – Übungsmöglichkeiten zur Förderung des operativen Durchdringens der Zahlensätze des 1+1 im Sinne des aktiv-entdeckenden Lernens. in: Grundschule 24 (1992) Heft 7/8 S.71-73, Heft 9 S.58-60.
Spiegel, H.:
Was und wie Kinder zu Schulbeginn schon rechnen können – Ein Bericht über Interviews mit Schulanfängern. in: Grundschulunterricht 39 (1992) Heft 11 S.21-23
Rechnen auf eigenen Wegen – Addition dreistelliger Zahlen zu Beginn des 3. Schuljahres. in: Grundschulunterricht 40 (1993) Heft 10 S.5-7.

Anmerkungen

[1] Die Lehrerin ist *Anne Weddeling*, Grundschullehrerin in Krefeld und ehemalige Mitarbeiterin in meinem von der Uni-GH geförderten Forschungsprojekt. (vgl. auch die unter „Literatur" angegebenen Aufsätze). Anne hat eine Vorversion dieses Briefes erhalten und neben einigen Anregungen, die wir eingearbeitet haben, auch einige Kommentare notiert, die wir der Leserin nicht vorenthalten wollen. Sie sind in Kursivschrift an entsprechender Stelle eingefügt.
[2] Wir – das sind außer uns beiden noch *Andrea Fromm* und *Ferdi Schulte*, denen wir dafür danken, daß sie vieles mit uns gemeinsam geplant und nach der Durchführung an Hand der Videos analysiert und reflektiert haben.
[3] Einiges dazu – und was wir schreiben, ist davon auch mitbeeinflußt – kannst Du in dem sehr lesenswerten Aufsatz von *Stuart Plunkett* lesen, dessen Übersetzung ins Deutsche betitelt ist mit: „Wieweit müssen Schüler heute noch die schriftlichen Rechenverfahren beherrschen?" und zu finden ist in der Zeitschrift: Mathematik lehren, Heft 21 (1987) S.43-46.
[4] Insofern konnte diese Erfindung auch zu ihrer Zeit zur Emanzipation beitragen.
[5] Du weißt es ja, aber für diejenigen, die diesen Brief auch noch lesen: Es handelt sich um eine 3. Klasse, in der 14 nichtbehinderte und 5 behinderte Kinder gemeinsam lernen – und zwar unter konsequentem Einsatz offener Unterrichtsmethoden: Arbeit nach Wochenplan etc.. Darin werden sie von zwei Lehrpersonen unterstützt: der Grundschullehrerin *Jule Spiegel* und dem Sonderschullehrer *Ralf Otto*, denen wir an dieser Stelle dafür danken, daß sie uns diese Arbeit mit den Kindern möglich machten. Kinder und die Lehrer wirken so auf ihre Weise mit bei dem Forschungsprojekt, zu dem auch die Arbeit gehört, über die wir hier berichten. Die bisher erschienenen Texte aus diesem Projekt sind am Ende des Briefes aufgeführt.
[6] Näheres darüber kannst Du lesen in *Hartmuts* Aufsatz: „Rechnen auf eigenen Wegen – Addition dreistelliger Zahlen zu Beginn des 3. Schuljahres," in: Grundschulunterricht 40 (1993) Heft 10 S. 5-7
[7] Sie konnte nur entstehen, weil wir bereit waren, von den Kindern zu lernen und zu akzeptieren, daß es keinen Zweck hatte, ihnen zu früh etwas aufzudrängen.