Hartmut SPIEGEL, Paderborn

Rechenfähigkeiten von Schulanfängern im Bereich von Addition und Subtraktion[1]

1. Einleitung

Es ist keine neue Erkenntnis, daß es Schulanfänger gibt, die schon rechnen können, und es ist auch bekannt, welche Strategien sie dabei benutzen (vgl. z.B. Ginsburg 1977 oder Hughes 1986). Dennoch erscheint es immer noch lohnend, sich darum zu kümmern, wie das im Detail aussehen kann und welches Fähigkeitsspektrum z.B. bei Kindern einer gesamten Schulkasse vorliegt. Darum habe ich zu Schulanfang im Herbst 1990 mit 19 Kindern eines ersten Schuljahrs (Integrationsklasse mit 5 behinderten und 15 nicht behinderten Kindern) Einzelinterviews nach der "klinischen Methode" durchgeführt (jedes ca. 30 Minuten), um - neben anderem - herauszufinden, wie sie auf bestimmte Aufgaben reagieren, deren Lösung durch Addieren, Ergänzen oder Subtrahieren gefunden werden kann. Im Rahmen des Vortrags wurden überwiegend Interviewszenen zu der sogenannten "Schachtelaufgabe" gezeigt , aber auch eine kurze Serie von Beispielen zu den verwendeten Textaufgabenvariationen. Im folgenden stelle ich die Aufgaben vor, gebe ausgewählte Beispiele für Vorgehensweisen der Kinder, kommentiere die beobachteten Leistungen und gehe auf Schlußfolgerungen ein, die sie nahelegen.

2. Die Schachtelaufgaben

2.1 Das Aufgabenformat

Bei den Schachtelaufgaben ist kaum Sprache im Spiel. Mit ihrer Hilfe hat Hughes schon bei Vierjährigen festgestellt, daß sie mit kleinen Zahlen rechnen können. Die Grundaufgabe zur Addition sieht so aus: Dem Kind wird eine Anzahl von Klötzen gezeigt (z.B. 5) und es wird gefragt, wie viele es sind. Dann werden die Klötze unter einer Schachtel verborgen. Mit einer weiteren Anzahl von Klötzen (z.B. 3) wird das Gleiche gemacht. Dann wird das Kind gefragt, wieviel Klötze sich jetzt insgesamt unter der Schachtel befinden. Da es die Klötze nicht sehen kann, kann es sie nicht zählen, sondern muß im Kopf - oder mit den Fingern - rechnen.

---

[1] Erschienen in: Beiträge zum Mathematikunterricht 1992 S. 447-450

Die Grundaufgabe zur Subtraktion geht analog, wobei es zwei sinnvolle Varianten gibt (die zweite wurde meines Wissens erstmals von mir benutzt): In beiden Fällen weiß das Kind, wie viele Klötze am Anfang unter der Schachtel liegen. Dann wird eine bestimmte Anzahl von Klötzen herausgenommen. Im ersten Fall darf das Kind sehen, wie viele herausgenommen werden und muß nun ausrechnen, wie viele noch darunter sind. Im zweiten Fall darf es sehen, wie viele übrig sind und muß sagen, wie viele herausgenommen wurden. Letzteres entspricht in formaler Beschreibung der Gleichung: a - x = b.

2.2 Ausgewählte Beispiele für Vorgehensweisen der Kinder

Britta begründet, daß **5** Klötze daliegen, weil es **2** und **3** sind.

Lucy erklärt, daß es **5** sind, weil es 2 und 3 sind und 3 und 3 ja 6 sind.

Lina stellt sich die **8** mit nur 3 F ingern dar (5+**3**=8).

Andrea löst **8+5** richtig mit **13**. Sie hat das Ergebnis durch Weiterzählen erhalten und erklärt, daß sie dabei fünfmal auf den Schachtelrand geguckt hat. **2+7** löst sie, indem sie von 7 zwei weiterzählt.

Britta antwortet bei **3+6** mit **8**. Auf Nachfrage stellt sich aber heraus, daß sie irrtümlich von 2+6 ausgegangen ist, dann durch gegenläufiges Verändern zu 4+4 übergegangen ist ("dann kann ich den andern zu 4 machen und 4 und 4 sind dann ...") und so das falsche Ergebnis erhalten hat.

Lina ermittelt **12** als das Ergebnis von **7+5**. Sie zählt auch weiter von 7 und benutzt dabei die 5 Finger ihrer einen Hand als Referenzmenge.

Lucy erhält **13** für **9+2.** Ihre Erklärung: Nach 10 kommt doch 13.

Raphael berechnet zu **7+5** das Ergebnis **14.** Wie kommt er darauf? Er erinnert sich -fälschlich- daß vorher 8+3=13 war und läßt erkennen, daß er von dort aus über 8+5=15 ("noch 2 dazu, das sind 15 und das waren ja noch 2 dazu, wie bei der 3") zu 7+5=14 gekommen ist.

Jana legt sich die 9 hingelegten Klötze in einer 4+4+1 Anordnung hin. Auf Nachfrage, wie sie dann **5** als Ergebnis von **9-4** erhalten hat, gibt sie eine Erklärung ab, die darauf schließen läßt, daß sie die entsprechende Operation am Vorstellungsbild der vorher von ihr strukturierten Menge vorgenommen hat.
12-x=7 löst sie durch Weiterzählen von 7 bis 12, wobei sie mit den Fingern auf den Tisch tippt und ein wenig Schwierigkeiten hat, gleichzeitig mitzuzählen, daß sie fünfmal tippt.

3. Die Textaufgaben

3.1 Die Aufgabenvarianten

Eine verbreitete Klassifizierung von Textaufgaben des additiven Bereichs unterscheidet die Aufgabensorten nach Situationstypen (Hinzufügen, Wegnehmen, Teil-Ganzes, Vergleichen) und innerhalb der Situationstypen noch nach den unterschiedlichen möglichen Plazierungen der gesuchten Zahl in der dazugehörigen Gleichung und kommt so auf 11 Sorten. Aus Zeitgründen habe ich bei den meisten Kindern nur die 6 Aufgabentypen verwendet, die sich für die Situationstypen "Hinzufügen" und "Wegnehmen" ergeben.

3.2 Ausgewählte Beispiele für Vorgehensweisen der Kinder

I: "Fine hat **6** Autos und die Mama schenkt ihr noch **3** dazu, wieviel hat sie dann?"
Tim: "**9** - *(auf Nachfrage:)* Jedenfalls habe ich mal ausgerechnet, wieviel 6 und 4 sind, das sind 10 und darum habe ich das ein bißchen anders gerechnet."

I: "Der Papa schenkt der Fine **3** Bonbons, dann hat sie **8.** Wieviel hatte sie vorher?"
Tim: - nach einer halben Minute - "**5** - *(auf Nachfrage:)* Ich habe bei 8 angefangen zu zählen, rückwärts."

I: "Fine hat **5** Pferde, sie möchte aber **8** haben. Wieviel braucht sie noch?"
Andrea antwortet mit **3**. Vermutlich hat sie - ausgehend von der plötzlich auf den Tisch gelegten vollen Hand - von 5 weiter bis zur 8 gezählt - vielleicht unter Zuhilfenahme der Vorstellung der Finger.

I: "Fine hat **9** Pferde, **5** davon schenkt sie dem Toni. Wieviel hat sie übrig?"
Als ***Andrea*** mit Hilfe von Klötzen die Lösung **4** erklären will, nimmt sie 5 Klötze und ergänzt diese dann um 4 auf 9.

I: "Fine hat **7** Pferde. Sie schenkt dem Toni welche. Dann hat sie noch **3**. Wieviele hat sie weggeschenkt?"
Aus der Erklärung von ***Andrea*** geht hervor, daß sie sich über 4+4=8 die Zerlegung 4+3= 8 und damit die Lösung **4** erschlossen hat.

4. Ergänzende Bemerkungen und Schlußfolgerungen

4.1 Ergänzende Bemerkungen

Als **erstes** ist zu erwähnen, daß die Kinder in den allermeisten Fällen keine Schwierigkeiten hatten bei der Wahl einer zur Situation passenden rechnerischen Prozedur - selbst bei den "schwierigen" Textaufgaben. Addition und Subtraktion sind ihnen in diesen Kontexten also geläufig.

Zweitens überrascht das hohe Leistungsniveau: Die Auswertung der 19 Interviews zeigt, daß die Fähigkeiten der untersuchten Schulanfänger weit über dem liegen, was allgemein erwartet wird und was ich selbst auch erwartet habe. (Dies zeigt sich z.B. regelmäßig, wenn man Studentinnen, aber auch erfahrenen Lehrerinnen die Videos zeigt.) Als Schlaglicht nur eine quantitative Angabe: Von den den 15 nichtbehinderten Kindern gestellten 363 Aufgaben - davon 71 mit Zehnerübergang - wurden insgesamt 75% auf Anhieb korrekt gelöst. Da die Stichprobe sehr klein und die Auswahl nicht repräsentativ ist (es handelt sich vorwiegend um Kinder der oberen Mittelschicht), können zwar keine Schlüsse auf die diesbezüglichen Fähigkeiten von Schulanfängern im allgemeinen gezogen werden, aber eine weitere Erhebung von S.Kreling im Rahmen einer Staatsexamensarbeit sowie Beobachtungen von A. Weddeling (vgl. ihren Vortrag auf dieser Tagung) in zwei Klassen mit ganz anderen Voraussetzungen bestätigen die Befunde in ihrer Tendenz.

Drittens zeigen die Beispiele, daß von den interviewten Kindern - wohlgemerkt: Schulanfänger! - ein großes Spektrum rechnerischer Strategien benutzt wird - angefangen von einfachen Zählstrategien bis hin zu ausgefeilten operativen Strategien.

4.2 Schlußfolgerungen

Auch wenn es sich bei den gezeigten Kindern nicht um eine repräsentative Auswahl aller Schulanfänger handelt - es sind "real existierende" Kinder, die - wie alle anderen Kinder auch - Anspruch auf einen Unterricht haben, der ihre Vorkenntnisse ernst nimmt und sich nicht darauf beschränkt, daß sie im MU nur in Symbolen lesen und schreiben lernen, was sie inhaltlich ohnedies schon wissen. Von den Anregungen, die sich daraus für ihre Lehrerinnen ergeben, sei an nur einige stichwortartig erinnert - "erinnert" deswegen, weil auch sie nicht neu sind:

- Herausfinden, was die einzelnen Kinder schon können; sensibel für mögliches Vorwissen werden
- Ganzheitlicher Einstieg: den Kindern mindestens die Möglichkeit geben, den Zwanzigerraum von Anfang an zu erkunden (nicht für alle in kleinen Etappen)
- In diesem Zahlenraum, ausgehend von Sachgeschichten, mündliches Rechnen von Anfang an
- Statt Schulbuch: Baukastensystem von angepaßten Übungen; Aktivitäten mit einer hohen Spannbreite, offene Unterrichtsformen (Anregungen dazu in: Wittmann, Müller 1990)
- Den Kindern möglichst wenig vorschreiben, wie sie zu denken und zu rechnen und es aufzuschreiben haben; mehr Mut, aktiv-entdeckendendes Lernen zu ermöglichen
- Fehlern nachgehen, herausstellen, welcher Anteil richtigen Denkens in ihnen enthalten war

Den politisch Verantwortlichen sei ins Stammbuch geschrieben, daß dies nur möglich ist bei entsprechenden Arbeitsbedingungen (z.B. hinreichend kleine Klassen, gute Ausstattung, angemessenes Stundendeputat) und einer qualifizierten Ausbildung.

Literatur

[1] Ginsburg, H.: Childrens arithmetic. New York 1977

[2] Hughes, M.: Children and number. Oxford 1986

[3] Wittmann,E.Chr. und Müller,G.: Handbuch produktiver Rechenübungen, Teil 1. Stuttgart 1990