

**V. ÜBUNG ZUR TOPOLOGIE**

<http://math-www.upb.de/~dirk/Vorlesungen/Topologie/>

**21. Aufgabe:** a) Man gebe ein Beispiel eines lokal wegzusammenhängenden, aber nicht zusammenhängenden topologischen Raumes an.

b) Sei

$$A \stackrel{\text{def}}{=} ([0, 1] \times \{0\}) \cup ((\{0\} \cup \{1/n \mid n \in \mathbb{N}\}) \times [0, 1])$$

(Skizze!) versehen mit der Spurtopologie von  $\mathbb{R}^2$ . Man zeige:  $A$  ist wegzusammenhängend, aber nicht lokal zusammenhängend.

**22. Aufgabe:** Sei

$$A \stackrel{\text{def}}{=} \{(x, \sin(1/x)) \mid 0 < x < 1\} \subseteq \mathbb{R}^2$$

(Skizze!) versehen mit der Spurtopologie. Man zeige:

a)  $A$  ist wegzusammenhängend.

b)  $A \cup \{(0, 0)\}$  ist zusammenhängend, aber nicht wegzusammenhängend.

**23. Aufgabe:** a) Seien  $X$  ein topologischer Raum und  $A, B$  abgeschlossene Teilmengen von  $X$  so, dass  $A \cup B$  und  $A \cap B$  zusammenhängend sind. Man zeige, dass dann auch  $A$  zusammenhängend ist.

b) Man zeige mit einfachen Beispielen in  $X = \mathbb{R}^2$ , dass man in a) weder auf die Abgeschlossenheit von  $A$  noch auf die Abgeschlossenheit von  $B$  verzichten kann.