

Praktikum zur Linearen Algebra: Übungsblatt 2

Kussin / Schrage, SS 2009

Die Aufgaben sind mit MUPAD zu bearbeiten und die MUPAD -Notebooks sind per E-Mail abzugeben. Die Notebooks sind ausreichend zu dokumentieren. In der Abgabe müssen Name und Übungsgruppennummer angegeben werden.

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Führe eine Funktionendiskussion mit der (vom 10DM-Schein bekannten und) in der Statistik verwendeten Gauß-Verteilung durch:

$$\Phi := t \mapsto \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2} e^{-1/2 \cdot u^2}}{\sqrt{\pi}}$$

Folgende Punkte sollen dabei abgearbeitet werden:

- Definitionsbereich
- Nullstellen von Φ
- Angabe der ersten drei Ableitungen
- Berechnung der Extrempunkte mit Charakterisierung (Hoch- / Tiefpunkt)
- Berechnung der Wendepunkte
- Zeichnung der Funktion mit Nullstellen, Extrempunkte und Wendepunkte

Für die Bearbeitung dieser Aufgabe genügt Schulwissen.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Löse mit Befehlen aus dem Kommandobereich (im rechten Teil der MUPAD -Oberfläche / falls es nicht angezeigt wird unter **Ansicht** auf **Kommandoleiste** klicken) folgende Teilaufgaben:

(1) Berechne $\lim_{u \rightarrow \infty} \Phi$ und $\lim_{u \rightarrow -\infty} \Phi$ (Φ aus Aufgabe 1)

(2) Berechne $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$ und $\sum_{k=1}^{900} \frac{k}{k^5 \cdot \sin(1/2 \cdot \pi \cdot k) + 1}$

(3) Gegeben sei folgender Ausdruck:

$$(x^3 + 28x^2 - 2x + 6)(x^2 - 7) - (21x^2 - 5x - 36)(x^2 - 6) + 11x + 223$$

Lasse den Ausdruck mit MUPAD **Faktorisieren** und **Expandieren**. Berechne einmal alle Nullstellen und einmal nur die reellwertigen.

(4) Faktorisiere folgende Zahlen: 12840213915432876746573, 12840213915432876746574

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R}^4 \mapsto \mathbb{R}^4$ die lineare Abbildung, deren Darstellungsmatrix bzgl. der Standardbasis von \mathbb{R}^4 gegeben ist durch

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Dazu sei ein Vektor $b = (1 \ 5 \ 2 \ -28)^T \in \mathbb{R}^4$ gegeben.

- (1) Berechne das Charakteristische Polynom und das Minimalpolynom von f .
- (2) Berechne die Eigenwerte von f , deren algebraische und geometrische Vielfachheiten, sowie Basen der Eigenräume.
- (3) Berechne die Determinante von A .
- (4) Sei nun $A \cdot x = b$ ein lineares Gleichungssystem. Berechne die Lösung für x .

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Bilde 100 `plot::Point2d`-Objekte, die in einer Liste gespeichert sind. Die Punkte sollen gleichmäßig verteilt auf dem Einheitskreis liegen.

Dazu erstelle ein `plot::Curve2d`-Objekt, mit der Kurve

$$t \mapsto (\cos(t^2), \sin(t^2) \cdot \ln(t))^T,$$

wobei $t \in [0.2, 3.07]$.

Die Liste mit den Punkten und die Kurve sollen jeweils in eine eigene Scene bekommen und gemeinsam gezeichnet werden.

Abgabe:

Übungsgruppe 1 hat zur Bearbeitung des Zettels bis zum Mi 13.05.2009 14:00 Zeit und sendet das fertige MUPAD -Notebook an `egrimm@mail.upb.de`.

Übungsgruppe 2 hat zur Bearbeitung des Zettels bis zum Mi 20.05.2009 14:00 Zeit und sendet das fertige MUPAD -Notebook an `schrage@mail.upb.de`.

Die Betreffzeile der E-Mail soll aus `Matrikelnummer - 2 - Name, Vorname` bestehen. Das MUPAD -Notebook soll identisch benannt werden.

WICHTIG: Vor dem Abgeben des MUPAD -Notebooks ist darauf zu achten, dass alle Ausgaben gelöscht sind. Dies wird keinen Unterschied auf die Ausführbarkeit des Notebooks machen, jedoch auf die Größe der Abgabe.

Hinweise:

Die erste Gruppe hat an folgenden Tagen Ihre Praktikumstermine:

Do 07.05., Do 28.05., Mi 10.06., Do 25.06., Do 09.07.

Die zweite Gruppe hat an folgenden Tagen Ihre Praktikumstermine:

Do 14.05., Do 04.06., Do 18.06., Do 02.07., Do 16.07.

Das Praktikum beginnt immer um 07:30.