

XIII. ÜBUNG ZUR GRAPHENTHEORIE

Abgabe: MO, 26. JAN. 2004 in der Übung

<http://math-www.upb.de/~dirk/Vorlesungen/Graphentheorie/>

Klausur: DI, 3. FEB. 2004 während der Vorlesung.

61. Aufgabe: Die Formel

$$12 = 4\varphi_2 + 3\varphi_3 + 2\varphi_4 + \varphi_5 - \varphi_7 - 2\varphi_8 - 3\varphi_9 - \dots$$

gilt für ebene, 3-reguläre Graphen (ohne Schleifen), die zusammenhängend sind. Wie lautet die Formel, wenn G aus k Komponenten besteht? (Herleitung erforderlich!) 10 P.

62. Aufgabe: Sei G der Graph in Abbildung 1.

- a) Bilde den zu G dualen Graphen und färbe dessen Knoten mit max. vier Farben.
- b) Färbe die Flächen von G mit max. vier Farben.
- c) Finde anschliessend eine Färbung der Kanten von G mit drei Farben nach dem in der Vorlesung beschriebenen Rezept. 10 P.

63. Aufgabe: (nur mündlich) Man berechne mit der Formel von Heawood, mit wieviel Farben man auskommt zum Färben von Karten auf einer Oberfläche mit g Löchern, wobei $g = 2, 3, \dots, 10$.

64. Aufgabe: (nur mündlich) Gibt es einen zusammenhängenden, ebenen 3-regulären Graphen, der

- nur aus 4-Ecken und mindestens einem 6-Eck besteht?
- nur aus 4-Ecken und genau einem 7-Eck besteht?

Im Falle der Existenz gebe ein Beispiel mit minimaler Knotenanzahl an.

65. Aufgabe: (nur mündlich) Betrachte die Karte der deutschen Bundesländer in Abbildung 2 und den zugehörigen Graphen G . (Hierbei zählen wir die gesamte Fläche außerhalb des deutschen Festlands als *eine* weitere Fläche; die beiden Teile von Bremen fassen wir als zwei Flächen auf.) Bilde den dualen Graphen von G und färbe dessen Knoten mit vier Farben. Konstruiere daraus eine Färbung der Flächen von G mit vier Farben.

66. Aufgabe: (nur mündlich) Konstruiere aus einer Flächenfärbung für den Graphen aus Abbildung 3 eine Kantenfärbung mit max. drei Farben.

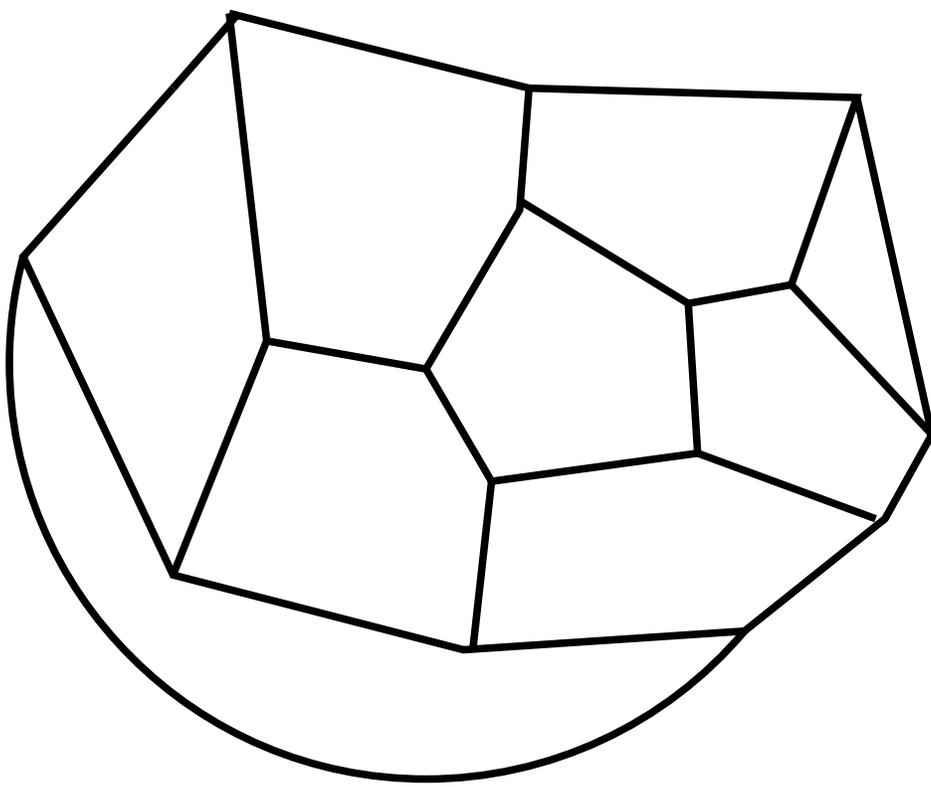


Abbildung 1: Zu Aufgabe 62

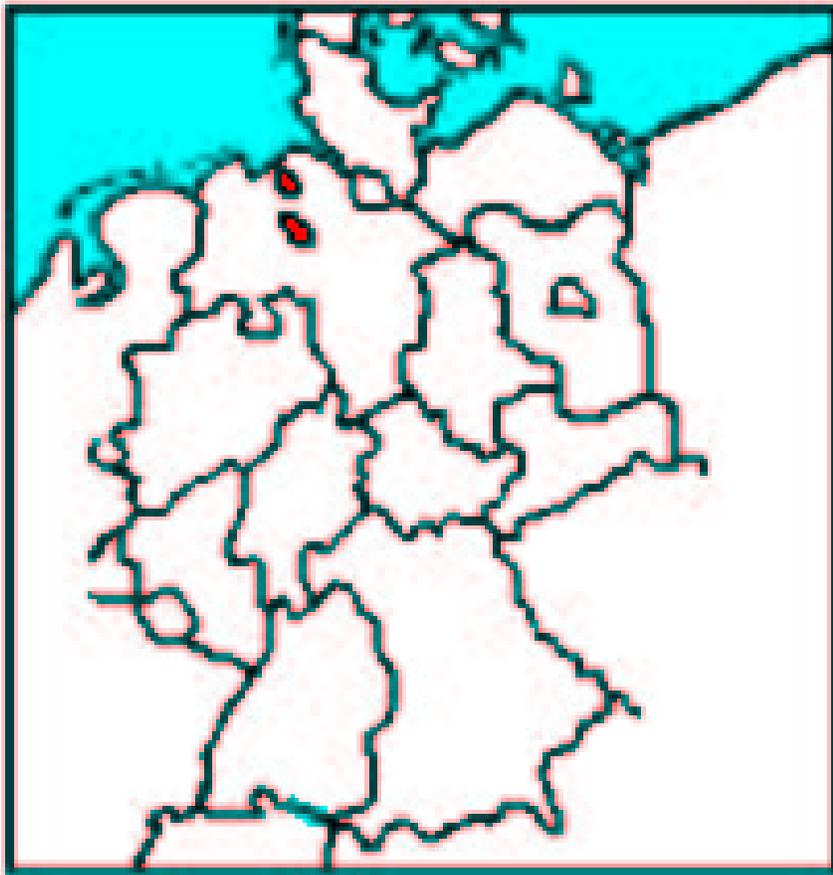


Abbildung 2: Zu Aufgabe 65

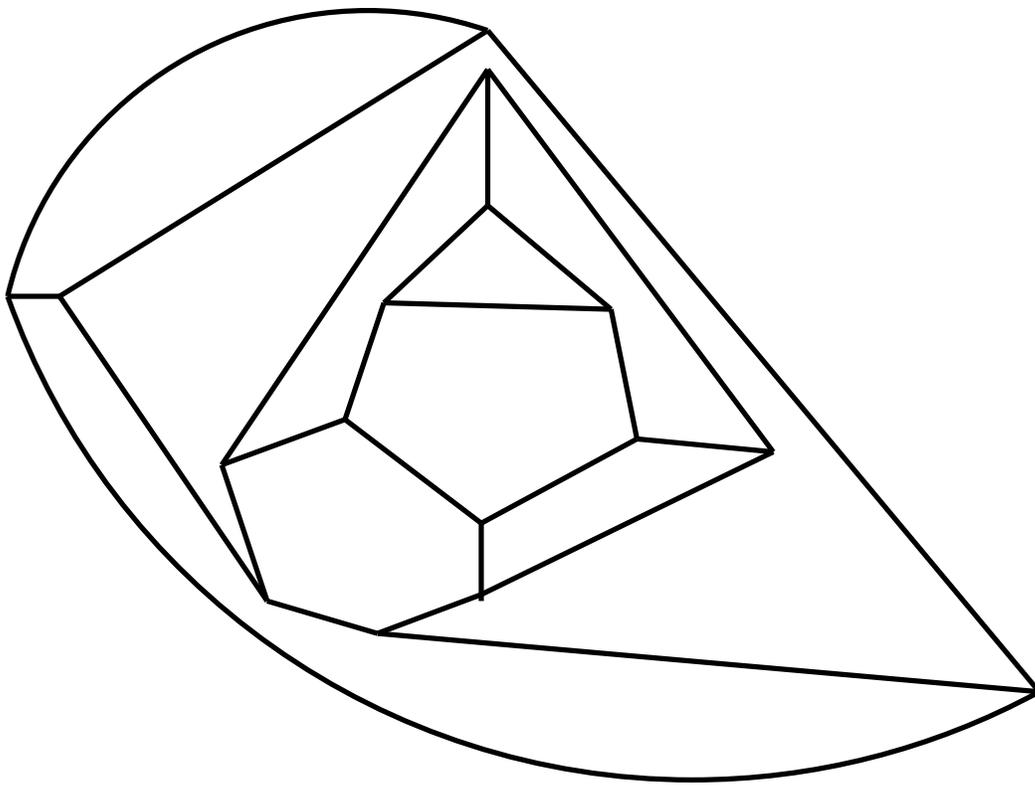


Abbildung 3: Zu Aufgabe 66