

X. ÜBUNG ZUR GRAPHENTHEORIE

Abgabe: MO, 5. JAN. 2004 in der Übung

<http://math-www.upb.de/~dirk/Vorlesungen/Graphentheorie/>

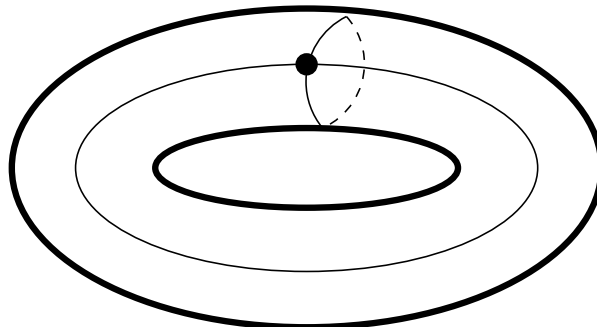
42. Aufgabe: Sei $G = K_6$ der vollständige Graph mit 6 Knoten.

a) Untersuche, ob G durch Entfernung zweier beliebiger Kanten planar werden kann oder nicht. Gebe dafür zwei völlig unterschiedliche Argumente an.

b) Zeige, dass man drei Kanten streichen kann, so dass der resultierende Graph planar ist; gebe dazu einen isomorphen ebenen Graphen an. Gilt dies auch beim Streichen dreier *beliebiger* Kanten? 10 P.

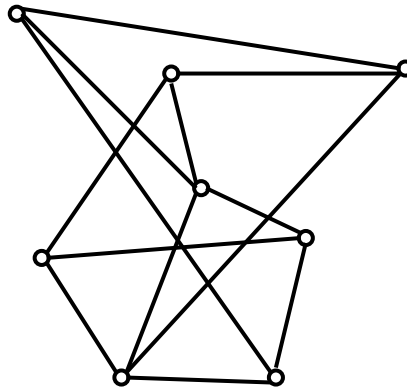
43. Aufgabe: Sei G ein zusammenhängender, einfacher Graph mit n Knoten, sei G' der komplementäre Graph. (ERINNERUNG: G' hat dieselben Knoten wie G , und als Kanten diejenigen, die noch benötigt werden, um den K_n zu bekommen.) Man zeige: ist $n \geq 11$, so können G und G' nicht beide gleichzeitig planar sein. (HINWEIS: Sei m die Kantenanzahl von G und m' die von G' . Was ergibt $m + m'$? Führe dann die Annahme, dass G und G' planar seien, zum Widerspruch.) 10 P.

44. Aufgabe: Betrachte den folgenden Graphen, der durch die Schweißnähte (= Kanten) und das Ventil (= Knoten) eines Schwimmrings gegeben ist.



Entwickle eine Eulerformel $n - m + f = ?$ für diesen Graphen und für die zusammenhängenden "ebenen" Graphen auf der Oberfläche des Schwimmrings, die diesen als Teilgraphen haben. (Hinweis: Schneide die Nähte auf.) 10 P.

45. Aufgabe: (nur mündlich) Ist der folgende Graph planar?



46. Aufgabe: (nur mündlich) Sei G ein ebener Graph mit k Zusammenhangskomponenten. Man mache sich klar, dass auch hierfür “Flächen” sinnvoll definiert sind. Wie muss die Eulersche Formel $n - m + f = ?$ hierfür lauten? Begründe dies.

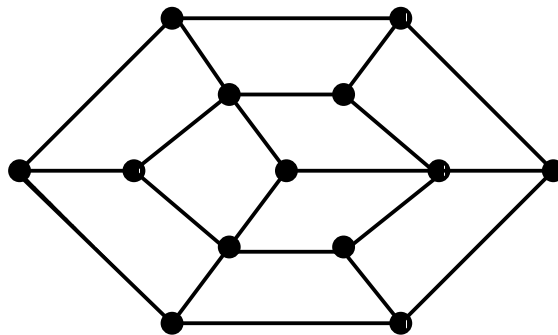
47. Aufgabe: (nur mündlich) Für welche Werte r und s ist der vollständige bipartite Graph $K_{r,s}$ planar?

48. Aufgabe: (nur mündlich) a) Zeige: Jeder Baum ist ein bipartiter Graph.

b) Welche Bäume sind vollständige bipartite Graphen?

49. Aufgabe: (nur mündlich) Finde einen Weg durch die Ausstellung, die durch den Graphen aus Aufgabe 7. (3. Blatt) vorgegeben wird. (Benutze und beschreibe das Verfahren aus der Vorlesung.)

50. Aufgabe: (nur mündlich) Untersuche, ob der folgende Graph hamiltonsch ist.



Wir wünschen erholsame Festtage und eine gutes neues Jahr!