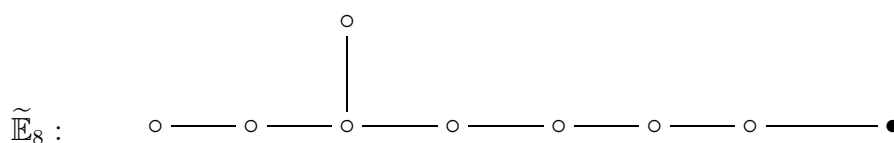
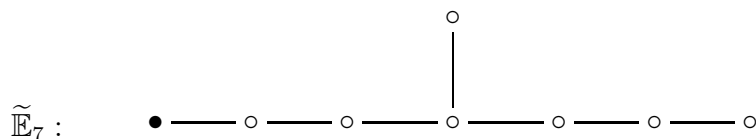
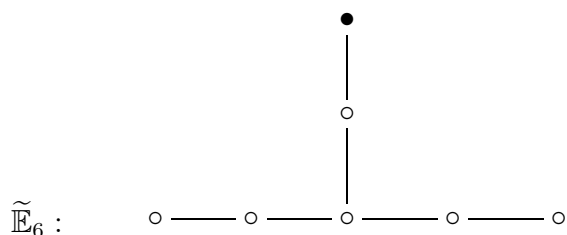
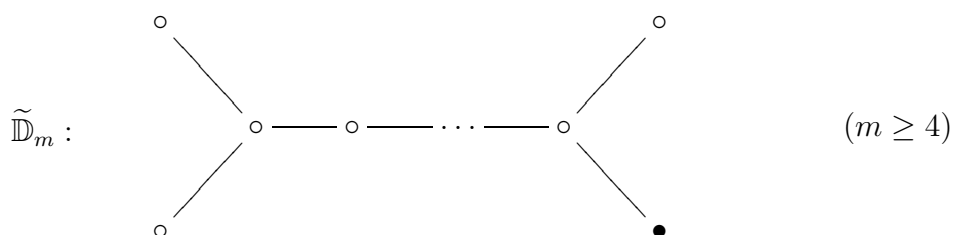
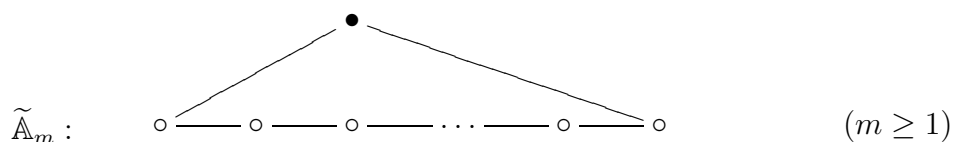


### III. ÜBUNG ZUR DARSTELLUNGSTHEORIE

Abgabe: DO, 27. APRIL 2006 in der Vorlesung

<http://math-www.upb.de/~dirk/Vorlesungen/Darstellungstheorie/>

**5. Aufgabe:** Sei  $\Gamma$  ein zusammenhängender Graph. Es ist  $Q_\Gamma$  positiv semidefinit aber nicht positiv definit genau dann, wenn  $\Gamma$  ein *erweiterter Dynkin-Graph* des Typs  $\tilde{A}_m$  ( $m \geq 1$ ),  $\tilde{D}_m$  ( $m \geq 4$ ) oder  $\tilde{E}_m$  ( $m = 6, 7, 8$ ) ist:



(Jeweils  $n = m + 1$  Knoten; formal nehmen wir für  $n = 1$  noch den Graphen  $\tilde{A}_0$  hinzu, der aus einem Knoten mit einer Schlaufe besteht.) Man gebe in jedem der Fälle einen positiven Radikalvektor an.

ANLEITUNG: Man gehe ähnlich vor wie beim analogen Resultat für positiv definite Formen:

1. Die erweiterten Dynkin-Graphen liefern positiv semidefinite, aber nicht positiv definite Formen.
2. Man reduziere auf die Fälle  $\tilde{\mathbb{A}}_n$ ,  $\tilde{\mathbb{D}}_n$  und Sterne vom Typ  $[p, q, r]$ , indem man u. a. folgende Fälle ausschließt:  $n \geq 2$  und Schleifen; Doppelkante ergänzt um etwas weiteres;  $\tilde{\mathbb{D}}_4$  ergänzt um weiteres; Grad  $\geq 5$ .