

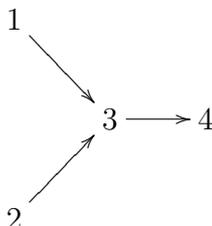
X. ÜBUNG ZUR DARSTELLUNGSTHEORIE

Abgabe: DO, 29. JUNI 2006 in der Vorlesung

<http://math-www.upb.de/~dirk/Vorlesungen/Darstellungstheorie/>

20. Aufgabe: a) Man bestimme alle unzerlegbaren Darstellungen des Köchers mit unterliegendem Graphen \mathbb{A}_n , bei beliebiger Orientierung der Pfeile.

b) Sei Γ der Köcher



wie folgt:

Es wird in der Vorlesung gezeigt, dass $Q_{\mathbb{D}_4}$ außer den einfachen genau die folgenden positiven Wurzeln hat:

$$\begin{aligned}
 &e_1 + e_3, \quad e_2 + e_3, \quad e_3 + e_4, \\
 &e_1 + e_3 + e_4, \quad e_1 + e_2 + e_3, \quad e_2 + e_3 + e_4, \\
 &e_1 + e_2 + e_3 + e_4, \quad e_1 + e_2 + 2e_3 + e_4.
 \end{aligned}$$

Man bestimme alle unzerlegbaren Darstellungen von Γ mit Hilfe von a) und Spiegelungsfunktoren (Coxeter-Transformationen). 10 P.

21. Aufgabe: Sei Q die quadratische Form zum Dynkin-Graphen \mathbb{D}_n ($n \geq 4$). Für einen positiven Vektor $x \in \mathbb{Z}^n$ sei $\text{supp}(x)$ der *Träger* von x , d. h. der volle Teilgraph von \mathbb{D}_n , der aus allen Punkten i besteht mit $x_i \neq 0$. Es heißt x *dünn*, falls $x_i \in \{0, 1\}$ gilt für $i = 1, \dots, n$. Man zeige:

a) Für jede positive Wurzel x von Q ist $\text{supp}(x)$ zusammenhängend.

b) Ist x positiv, dünn und $\text{supp}(x)$ zusammenhängend, so ist x eine Wurzel von Q . 10 P.