
Inhaltsverzeichnis

I	Vorkenntnisse und Grundlagen	1
0	Zum Einstieg	3
0.1	Vorkenntnisse	3
0.2	Bezeichnungsweisen im Text	4
1	Grundlagen logischen Schließens	5
1.1	Motivation	5
1.2	Aussagenlogik	5
1.2.1	Der Aussagebegriff	5
1.2.2	Aussageverbindungen	6
1.2.3	Zeichensetzung	10
1.2.4	Logisch äquivalente Aussagen	11
1.2.5	Rechenregeln	12
1.2.6	Mehr zur Implikation	14
1.2.7	Allgemeingültige Aussagen	18
1.2.8	Logisches Folgern und Schlussregeln	22
1.3	Prädikate	23
1.3.1	Was sind Prädikate?	23
1.3.2	Existenzaussagen und Generalisierungen	24
1.3.3	Zum Geltungsbereich quantifizierter Aussagen	24
1.3.4	Verbundene Prädikate	26
1.3.5	Bildungs- und Rechenregeln	26
1.3.6	Allgemeingültige Aussagen	30
1.4	Kleine Ergänzungen	31
1.4.1	Es geht auch weniger formal	31
1.4.2	Folgerungsketten	32
1.5	Aufgaben	33

2	Mengen und Mengenoperationen	35
2.1	Begriffe	35
2.1.1	Beschreibung von Mengen	36
2.1.2	Visualisierung	41
2.1.3	Inklusionen, Gleichheit	42
2.2	Operationen mit Mengen	46
2.2.1	Beziehungen zur Logik	48
2.2.2	Rechenregeln und ihre Anwendungen	48
2.3	Das kartesische Produkt von Mengen	50
2.4	Aufgaben	55
3	Zahlensysteme, Ungleichungen, Potenzen	57
3.1	Zahlensysteme	57
3.1.1	\mathbb{N}	57
3.1.2	\mathbb{Z}	57
3.1.3	\mathbb{Q}	57
3.1.4	\mathbb{R}	58
3.1.5	\mathbb{R}^n , Koordinatensysteme, Visualisierung	60
3.1.6	Etwas Neues: Die Menge \mathbb{C}	60
3.1.7	Nützliche Ergänzungen	61
3.1.8	Aufgaben	65
3.2	Ungleichungen und Beträge	65
3.2.1	Ungleichungen	65
3.2.2	Der Absolutbetrag	74
3.2.3	Aufgaben	79
3.3	Potenzen und Potenzgesetze	80
3.3.1	Vorbemerkung	80
3.3.2	Ausgangspunkt	81
3.3.3	“Mehr Exponenten”	83
3.3.4	Der Exponent Null	84
3.3.5	Positive rationale Exponenten	86
3.3.6	Negative Exponenten	87
3.3.7	Beliebige reelle Exponenten	88
3.3.8	Zur Gültigkeit der Potenzgesetze	89
3.3.9	Das Rechnen mit Potenzen	91
3.3.10	Logarithmen	94
3.3.11	Aufgaben	98
3.4	Polynome	99
3.4.1	Vorbemerkung	99
3.4.2	Das Rechnen mit Polynomen	100
3.4.3	Nullstellen und Polynomzerlegung	109
3.4.4	Ausblick: Polynome und komplexe Zahlen	115

3.4.5	Aufgaben	118
4	Relationen	119
4.1	Motivation	119
4.2	Der Relationsbegriff	119
4.2.1	Definitionen	119
4.2.2	Definitionsbereich und Bild	121
4.2.3	Assoziierte Schnitte	122
4.2.4	Weitere Beispiele für Relationen	123
4.2.5	Erweiterung und Einschränkung von Relationen	124
4.3	Abbildungen	125
4.3.1	Definition	125
4.3.2	Beispiele	126
4.3.3	Abbildungen – wie weiter ?	127
4.4	Korrespondenzen	127
4.5	Vergleichsrelationen	128
4.5.1	Ordnungsrelationen	129
4.5.2	Präferenzen	133
4.5.3	Äquivalenzrelationen	136
4.6	Umkehrrelationen	138
4.7	Komposition von Relationen	140
4.8	Aufgaben	141
5	Mehr über Abbildungen	143
5.1	Zum mathematischen Sprachgebrauch	143
5.1.1	Übersicht	143
5.1.2	Definitionsbereich und Bild	143
5.1.3	Einschränkung von Abbildungen	143
5.1.4	Fortsetzung vs. Erweiterung	145
5.1.5	Komposition von Abbildungen	145
5.2	Bilder und Urbilder beliebiger Mengen	146
5.3	Eineindeutigkeit und Umkehrabbildung	148
5.4	Aufgaben	152
II	Analysis im \mathbb{R}^1	153
6	Grundwissen über die Menge der reellen Zahlen	155
6.1	Intervalle, Schranken und Grenzen in \mathbb{R}^1	155
6.1.1	Intervalle	155
6.1.2	Schranken	156
6.1.3	Minimum und Maximum	158

6.1.4	Grenzen	158
6.2	Offene, abgeschlossene und kompakte Mengen	160
6.2.1	Abstandsbegriffe	160
6.2.2	Umgebungen	162
6.2.3	Innere, äußere und Randpunkte	162
6.2.4	Häufungspunkte	164
6.2.5	Kompakte Mengen	165
6.3	Aufgaben	166
7	Folgen, Reihen, Konvergenz	167
7.1	Folgen	167
7.1.1	Motivation und Definition	167
7.1.2	Beschreibung von Folgen	168
7.1.3	Nullfolgen	169
7.1.4	Beliebige konvergente Folgen	174
7.1.5	Beschränkte Folgen	175
7.1.6	Monotone Folgen	176
7.1.7	Konvergenzuntersuchungen	177
7.1.8	Bestimmt divergente Folgen	181
7.1.9	Das Sandwich-Theorem	182
7.1.10	Ausblick	182
7.2	Reihen	183
7.2.1	Begriffe und Beispiele	183
7.2.2	Zur Berechnung endlicher Summen	184
7.2.3	Die geometrische Reihe	186
7.2.4	Weitere konvergente Reihen	188
7.2.5	Bestimmt divergente Reihen	190
7.3	Aufgaben	191
8	Reelle Funktionen einer Veränderlichen – Grundlagen	193
8.1	Vorgehensweise und Konventionen	193
8.1.1	Mathematische Vorgehensweise	193
8.1.2	Was sind “ökonomische Funktionen”?	194
8.1.3	Konventionen und Bezeichnungsweisen	196
8.2	Der Katalog von Grundfunktionen	201
8.2.1	Affine und lineare Funktionen	201
8.2.2	Potenzfunktionen	203
8.2.3	Exponentialfunktionen	205
8.2.4	Logarithmusfunktionen	206
8.2.5	Die Winkelfunktionen Sinus und Cosinus	207
8.3	Weitere nützliche Funktionen	208
8.4	Mittelbare Funktionen	212

8.5	Umkehrfunktionen	214
8.6	Manipulationen des Graphen	217
8.6.1	Vertikale Verschiebungen (Shifts)	217
8.6.2	Horizontale Verschiebungen	217
8.6.3	Vertikale Stauchung/Streckung	218
8.6.4	Horizontale Stauchung/Streckung	218
8.6.5	Ökonomische Interpretation	219
8.6.6	Berücksichtigung von Definitions- und Wertebereich	221
8.6.7	Spiegelungen	222
8.7	Einfache Operationen mit reellen Funktionen	225
8.8	Aufgaben	229
9	Beschränkte Funktionen	231
9.1	Motivation und Begriffe	231
9.2	Beispiele	232
9.3	Aufgaben	234
10	Stetige Funktionen	237
10.1	Motivation und Begriffe	237
10.2	Das Reservoir stetiger Funktionen	240
10.3	Einige Anwendungen	242
10.4	Ergänzungen: Grenzwerte und Asymptoten	244
10.5	Aufgaben	246
11	Differenzierbare Funktionen	249
11.1	Der Ableitungsbegriff	249
11.1.1	Motivation	249
11.1.2	Begriffe und Sprechweisen	249
11.1.3	Eine alternative Charakterisierung der Ableitung . .	256
11.2	Technik der Ableitung	261
11.2.1	Vorbemerkung	261
11.2.2	Grundableitungen	262
11.2.3	Erhaltungseigenschaften und Ableitungsregeln . . .	264
11.3	Höhere Ableitungen	274
11.4	Einige nützliche Aussagen	276
11.5	Satz von Taylor und die Taylorformel	286
11.5.1	Zur Approximationsgenauigkeit	288
11.5.2	Die Taylorreihe	290
11.6	Elastizitäten	291
11.6.1	Motivation	291
11.6.2	Definition	292
11.6.3	Beispiele, Interpretationen, Sprechweisen	293

11.7 Aufgaben	299
12 Monotone Funktionen	301
12.1 Motivation und Übersicht	301
12.2 Begriffe	302
12.3 Erste Anwendungen und Ergänzungen	303
12.3.1 Monotonieprüfung mittels Definition	303
12.3.2 Alternative Charakterisierungen der Monotonie	304
12.3.3 Monotonieabschluss	305
12.4 Monotonieeigenschaften der Grundfunktionen	306
12.4.1 Vorbemerkung	306
12.4.2 Affine Funktionen	306
12.4.3 Potenzfunktionen	306
12.4.4 Exponentialfunktionen	307
12.4.5 Die (natürliche) Logarithmusfunktion	307
12.4.6 Die Winkelfunktionen	307
12.5 Erhaltungseigenschaften monotoner Funktionen	308
12.5.1 Das Wesentliche	308
12.5.2 Summen und Vielfache monotoner Funktionen	308
12.5.3 Monotonie mittelbarer Funktionen	310
12.5.4 Weitere Beispiele	312
12.5.5 Beliebte Fehler	313
12.6 Monotonie und Ableitung	314
12.7 Aufgaben	319
13 Konvexe Funktionen	323
13.1 Motivation und Übersicht	323
13.2 Begriffe	324
13.2.1 Definitionen	324
13.2.2 Alternative Charakterisierungen der Konvexität	325
13.3 Erste Anwendungen und Ergänzungen	327
13.3.1 Konvexitätsprüfung mittels Definition	327
13.3.2 Stetigkeit und Differenzierbarkeit	329
13.3.3 Konvexitätsabschluss	329
13.4 Konvexität und Ableitungen	330
13.4.1 Bedingung erster Ordnung	330
13.4.2 Bedingung zweiter Ordnung	331
13.4.3 Beispiele	332
13.5 Krümmungseigenschaften der Grundfunktionen	334
13.5.1 Affine Funktionen	334
13.5.2 Potenzfunktionen	334
13.5.3 Exponentialfunktionen	336

13.5.4	Logarithmusfunktionen	336
13.5.5	Winkelfunktionen	336
13.6	Erhaltungseigenschaften konvexer Funktionen	337
13.6.1	Das Wesentliche	337
13.6.2	Summen und Vielfache konvexer Funktionen	337
13.6.3	Mittelbare Funktionen	340
13.6.4	Beliebte Fehler	346
13.7	Aufgaben	348
14	Extremwertprobleme	351
14.1	Ökonomische Motivation	351
14.2	Begriffe	352
14.2.1	Globale Extrema	353
14.2.2	Lokale Extrema	357
14.3	Existenzaussagen	358
14.4	Methodik der Extremwertbestimmung im \mathbb{R}^1	360
14.4.1	Ein beliebtes Missverständnis	360
14.4.2	Ausgangspunkt	361
14.4.3	Weitere Vorgehensweise	362
14.4.4	Extrempunktandidaten im glatten Fall	363
14.4.5	Extrempunktandidaten im allgemeinen Fall	366
14.5	Lokale Bewertung im glatten Fall	368
14.5.1	Stationäre Punkte	368
14.5.2	Randpunkte	372
14.6	Globale Bewertung von Extrempunktandidaten	372
14.6.1	Kandidatenvergleich	372
14.6.2	Globale Bewertung durch Monotonieargumente	377
14.6.3	Globale Bewertung bei Konvexität	381
14.6.4	Einfachstmethoden	384
14.7	Aufgaben	386
15	Integralrechnung	389
15.1	Motivation	389
15.2	Das bestimmte Integral	390
15.3	Unbestimmte Integration	403
15.3.1	Übersicht	403
15.3.2	Grundintegrale	403
15.3.3	Einfachste Rechenregeln	404
15.3.4	Partielle Integration	406
15.3.5	Die Substitutionsregel	411
15.4	Aufgaben	417

16 Reelle Funktionen in der Ökonomie	419
16.1 Wünschenswerte Eigenschaften ökonomischer Funktionen . . .	419
16.1.1 Vorbemerkung	419
16.1.2 Produktionsfunktionen	420
16.1.3 Kostenfunktionen	421
16.1.4 Nachfragefunktionen	423
16.1.5 Angebotsfunktionen	426
16.1.6 Nutzenfunktionen	428
16.1.7 Spar- und Konsumfunktionen	429
16.1.8 Isoquanten	431
16.1.9 Transformationskurven	432
16.1.10 Übersicht	434
16.1.11 Beispiele für “Eignungsprüfungen”	434
16.1.12 Aufgaben	438
16.2 “Mehr” über Kostenfunktionen	439
16.2.1 “Stückkosten” beim Output 0	439
16.2.2 Das Betriebsoptimum	442
16.2.3 Das Betriebsminimum	444
16.2.4 Aufgaben	446
16.3 Fahrstrahlanalyse von Kostenfunktionen	447
16.3.1 Vorbemerkung	447
16.3.2 Der Fahrstrahl und seine Interpretation	447
16.3.3 Ein Analysebeispiel: Ertragsgesetzliche Kosten . . .	449
16.3.4 Neoklassische Kostenfunktionen	455
16.3.5 Mathematische Erweiterungen	457
16.3.6 Praktische Bestimmung von Betriebskenngrößen . .	460
16.3.7 Aufgaben	462
16.4 Kosten, Erlös, Gewinn und Angebot	463
16.4.1 Die allgemeine Situation	463
16.4.2 Monopolistische Märkte	468
16.4.3 Polypolistische Märkte	469
16.4.4 Berechnungsbeispiele	470
16.4.5 Aufgaben	476
16.5 Preisvariation und Angebot auf einem Polypolmarkt	479
16.5.1 Vorbemerkung	479
16.5.2 Preisvariation bei ertragsgesetzlichen Kosten	479
16.5.3 Preisvariation bei neoklassischen Kosten	487
16.5.4 Einige Erweiterungen	489
16.5.5 Praktische Bestimmung des Angebotes	493
16.5.6 Aufgaben	494
16.6 Marktgleichgewichte	495

16.6.1 Aufgaben	499
16.7 Konsumenten- und Produzentenrente	499
16.7.1 Aufgaben	503
16.8 Einige Funktionenklassen mit “ökonomischer Eignung” . . .	504
16.8.1 Problemstellung	504
16.8.2 Affine Funktionen	504
16.8.3 Potenzen	505
16.8.4 Polynome 2. und 3. Grades als Kostenfunktionen . .	505
16.8.5 Erhaltungseigenschaften	507
16.8.6 Aufgaben	507
III Methodisches	509
17 Mathematik “lesen”	511
17.1 Motivation	511
17.2 Besonderheiten mathematischer Texte	512
17.2.1 Ein “Vorlesungs”beispiel	512
17.2.2 Funktionelle Bausteine mathematischer Texte	513
17.2.3 Die mathematische Symbolik	516
17.3 Der rote Faden	521
17.4 Eine Strategie des mathematischen Lesens	523
17.5 Ein Lesebeispiel	529
17.6 Eine Bilanz	540
17.7 Anwendungen	541
Anhang I: Begründungen	543
Anhang II: Lösungen ausgewählter Übungsaufgaben	553
Literaturverzeichnis	575
Symbolverzeichnis	577
Abkürzungsverzeichnis	579
Stichwortverzeichnis	581