SERIE 2.4

1. Wir betrachten für die Funktion $f : [0, \infty)^2 \to I\!R$, definiert durch
$$f(x,y) = \sqrt{x}y - xy^2 \qquad (x, y \geq 0)$$
folgende Schnitte:
   (a) den Vertikalschnitt " $x = \frac{1}{16}$ "
   (b) den Vertikalschnitt " $y = \frac{1}{2}$ "
   (c) den Vertikalschnitt " $y = \frac{x}{8}$ " (als Funktion von x).

   Auf den ersten Blick haben die Graphen dieser drei Schnitte viele Gemeinsamkeiten, z.B. die Nullstellen (0 und 4), das (zwischen den Nullstellen angenommene) Maximum von $\frac{1}{4}$, den Grenzwert " $-\infty$ " für $x \to \infty$ bzw. $y \to \infty$.
   Skizzieren Sie die Graphen der Schnitte (a) - (c) in einem gemeinsamen Koordinatensystem und arbeiten Sie deren qualitative Unterschiede heraus! Achten Sie auf
   - die Lage der Extremstelle
   - die Anstiege in den Nullstellen und
   - das Krümmungsverhalten.

---

2. Ein landwirtschaftlicher Betrieb erzielt beim Einsatz von s kg Saatgut und d kg Stickstoffdünger einen Getreideertrag von
$$g = 0{,}5 s^{\frac{3}{4}} d^{\frac{1}{4}}$$
Dezitonnen je Hektar Anbaufläche.
   (i) Derzeit werden 81 kg Saatgut und 16 kg Düngemittel je Hektar eingesetzt. Welcher Getreideertrag wird (je Hektar) erzielt?
   (ii) Wie wirkt sich die Steigerung des Saatguteinsatzes um eine ("marginale") Einheit bei konstantem Düngemitteleinsatz auf den Ernteertrag aus?
   (iii) Man überlege sich, wieviel Saatgut bei unverändertem Ertrag eingespart werden kann, wenn statt 16 kg nunmehr 625/16 kg Dünger je Hektar eingesetzt werden.
   (iv) Man ermittle die "Grenzrate der Substitution", d.h., die Antwort auf die vorangehende Frage für den Grenzfall, wenn der Düngemitteleinsatz um eine *marginale* Einheit erhöht wird.

---

3. Die Produktionsfunktion eines Gutes x ist gegeben durch

$$x = f(r_1, r_2) = 13r_1^2 - 3r_1 + 5r_1r_2 - 4r_2^2 + 7r_2 \ .$$

- Bestimmen Sie die Grenzproduktivität bezüglich des Produktionsfaktors r_1 und des Produktionsfaktors r_2 .
- Bestimmen und interpretieren Sie die Grenzproduktivitäten für $r_1 = 6$ und $r_2 = 4$.

---

4. Drei Funktionen sollen durch die nachfolgenden Terme überall dort definiert werden, wo diese sinnvoll sind.

   1) $f(x, y) = \ln(e^x - e^{-y})$
   2) $g(x, y, z) = \dfrac{z \cdot \sin(xy)}{x + yz}$
   3) $h(x, y) = \dfrac{x^3y^5 - 7x}{\sqrt{6x + 4y}}$

   (a) Bestimmen Sie die jeweiligen Definitionsbereiche.

   (b) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen erster Ordnung.

   (c) Bestimmen Sie die jeweiligen Definitionsbereiche der partiellen Ableitungen.

Abgabe: bis 07.06.2002 13.00 Uhr
Box 7, 12, 114, 130 (orange/grün) auf D1-Flur

Rückgabe: ab 14.06.2002
in den Übungsgruppen

ACHTUNG: Die Korrektur der Übungszettel erfolgt alphabetisch nach dem Nachnamen. Deshalb bitte beim Einwurf der Zettel auf die Beschriftung der Kästen achten!

Auf dem Übungszettel sind unbedingt anzugeben:
1. Name, Vorname (leserlich !)
2. Übungsgruppe, in der der Ü - Zettel zurückgegeben werden soll (z.B. Nickel, Do 14 - 16)