3. LINEARE GLEICHUNGSSYSTEME
3.1 EINFÜHRUNG

1. Motivation:

Ökonomie: Verflechtungsmodelle $(\underline{r} = V\underline{p})$

komplexes Modell $(\underline{y} = (I - E)\underline{x})$

$\vdots$

2. Formen:

$$\begin{array}{ccccccc} a_{11}x_1 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & = & y_1 \\ \vdots & & & & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}x_1 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & y_m \end{array} \qquad (1)$$

- bekannt:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}}_{\text{“Koeffizientenmatrix”}} =: A$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix}}_{\text{“rechte Seite”}} =: \underline{y}$$

- unbekannt:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} =: \underline{x}$$

- Kurzform von (1):

$$\boxed{A\underline{x} = \underline{y}} \tag{1'}$$

▷ (1) heißt lineares Gleichungssystem
(in den Unbekannten $x_1, \ldots, x_n$).

▷ (1) heißt homogen, falls $\underline{y} = 0$ ist,
andernfalls inhomogen.

Ex. 1 $\begin{array}{rcrcl} p_1 & + & p_2 & = & 4 \\ p_1 & + & 2p_2 & = & 6 \end{array}$ (inhom. GLS)

Ex. 2 $\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & 0 \\ 2x & - & y & - & 3z & = & 0 \end{array}$ (hom. GLS)

Ex. 3 2 Schalke − 3 Hertha = 0

3. Fragen:

1. Was ist eine "Lösung"?

2. Wann existiert (mindestens) eine Lösung?

3. Wieviele Lösungen existieren?
   (? Struktur der Lösungsmenge)

4. Praktische Lösung

4. Antworten zu 1:

- ▷ Jeder Vektor $\underline{x} \in I\!R^3$, der (1) erfüllt, heißt eine (spezielle) Lösung von (1).

- ▷ Die Menge aller Lösungen von (1) werde mit $I\!L$ bezeichnet:

$$I\!L := \left\{ \underline{x} \in I\!R^n \mid A\underline{x} = \underline{y} \right\}$$