Übungsaufgaben zur
"Stochastik für Informatiker"
Serie 6.

---

1. *5000 Schrauben*

   Eine Kiste enthalte 5000 Schrauben, von denen 10 ein defektes Gewinde besitzen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß unter 500 zufällig (ohne Zurücklegen) herausgegriffenen Schrauben genau eine Schraube ein defektes Gewinde besitzt, berechne man unter geeigneten Annahmen:

   a) exakt,
   b) durch Anwendung der Binomialapproximation der hypergeometrischen Verteilung,
   c) durch näherungsweise Berechnung der Binomialwahrscheinlichkeiten in b) mit Hilfe des Poissonschen Grenzwertsatzes.

   Vergleichen Sie die in a)-c) gefundenen Ergebnisse mit Hilfe von Dezimaldarstellungen.

   (5 Punkte)

---

2. *60 Würfelwürfe*

   Ein idealer Würfel werde 60 mal geworfen. Es bezeichne X die Anzahl der dabei aufgetretenen Sechsen. Bestimmen Sie folgende Wahrscheinlichkeiten:

   a) $P(X = 11)$
   b) $P(8 \leq X \leq 10)$
   c) $P(X > 20)$

   (Angabe einer Formel genügt.)

   (5 Punkte)

---

3. *Algorithmus für HyG II*

   Es stehe eine Prozedur "rand" zur Verfügung, die das zufällige Ziehen einer Kugel aus einer Urne mit n numerierten Kugeln nachbildet, wobei $n \in \mathbb{N}$ ein frei wählbarer Parameter ist. (D.h., im Ergebnis des Aufrufes "rand(n)" wird eine auf zufällige Weise aus $1, ..., n$ gewählte Zahl X zurückgegeben, wobei jede der Zahlen $1, ..., n$ mit derselben Wahrscheinlichkeit ausgewählt wird.)

   Es seien nun U, R, S gegebene natürliche Zahlen mit $R \leq U$ und $S \leq R \wedge (U - R)$. Geben Sie eine Prozedur "hyg" mit den Parametern U, R, S derart an, daß im Ergebnis des Prozeduraufrufes "hyg(U,R,S)" eine zufällig aus $0, ..., S$ ausgewählte Zahl Y zurückgegeben wird, wobei die Wahrscheinlichkeit $P(Y = k)$ dafür, daß die Zahl k gewählt wird, gerade

   $$\frac{\binom{R}{k}\binom{U-R}{S-k}}{\binom{U}{S}}$$

   beträgt.
   (Hinweis: Es genügt eine metasprachlicheFormulierung (verbal, Block- oder Flußdiagramm, Struktogramm o.ä.)

   (6 Punkte)

---

b.w.

4. *Negative Binomialverteilung II*

Ein idealer Würfel werde so oft geworfen, bis die r-te Sechs fällt (wobei $r \in I\!N$ eine vorgegebene Konstante bezeichnet). Die Anzahl der dazu benötigten Würfe (einschließlich dessen, der die Sechs ergibt) werde mit X bezeichnet.

(a) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(X = k)$ für $k = 0, 1, \ldots$

(b) Was fällt Ihnen im Spezialfall $k = 1$ auf?

(6 Punkte)

---

5. *Bankkunden*

Die zufällige Anzahl K der Kunden, die innerhalb eine Stunde eine Bank betritt, sei mit dem Parameter $\lambda = 30$ poissonverteilt.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit gilt $P(K = 4)$?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit gilt $P(K \leq 30)$? (Angabe einer Formel!)

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommen in einer halben Stunde genau 11 Kunden in die Bank?

Hinweis: Die Ereignisse können unter Verwendung der Konstanten e (also ohne Dezimaldarstellung) ausgedrückt werden.

(5 Punkte)

Abgabe: bis 24.11.04 9.00 Uhr Kasten 124 (grün)

Besprechung und Rückgabe: in den Übungen ab 1.12.04

Hinweis: *Geben Sie außer Ihrem Namen auch Ihre Übungsgruppe mit an.*