Übungsaufgaben zur "Stochastik für Informatiker "
8. Serie

1. Bei einer Fluggesellschaft weiß man, daß im Mittel 18% derjenigen Personen, die sich einen Platz für einen Flug auf einer bestimmten Route reservieren lassen, zum Abflug nicht erscheinen. Um die Zahl der ungenutzten

   Plätze nicht zu groß werden zu lassen, werden daher für einen 220-sitzigen Jet mehr als 220 Platzreservierungen vorgenommen.

   a) Man berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, daß alle zum Abflug erscheinenden Personen, für die ein Platz reserviert wurde, auch einen Platz erhalten, wenn 240 Platzreservierungen vorgenommen werden. Dabei nehme man an, daß die Entscheidungen darüber, ob die einzelnen Reservierungen wahrgenommen werden sollen, individuell (unabhängig) zustande kommen.

   b) Wieviele Platzreservierungen dürfen höchstens vorgenommen werden, damit die entsprechende Wahrscheinlichkeit mindestens 99% beträgt?

   Hinweis: die Wahrscheinlichkeit in a) und die Anzahl in b) berechne man näherungsweise durch Anwendung des zentralen Grenzwertsatzes.

   (6 Punkte)

---

2. Dämmplatten gelten als maßgerecht, wenn ihre Dicke zwischen $9,97$ mm und $10,05$ mm liegt. Eine Hobelmaschine ist auf Solldicke 10 mm eingestellt. Stichproben ergeben, daß die Maschine die Solldicke mit einer Standardabweichung von $0,1$ mm einhält.

   (i) Wieviel Prozent der Platten aus dieser Maschine sind nicht maßgerecht?

   (ii) Läßt sich dieser Prozentsatz senken, wenn die Solldicke auf $10,1$ mm eingestellt wird und die Standardabweichung dieselbe bleibt?

   (5 Punkte)

---

3. Berechnen Sie, falls existent, die Erwartungswerte

   a) $E\, e^{tX}$ für $X \sim Exp(\lambda), \lambda > 0, t \in I\!R$

   b) $E\, \frac{1}{X}$ für $X \sim UC[a, b]$ mit $0 < a < b$

   (6 Punkte)

Hinweis zur Aufgabe 3:
Die Aufgabe ist als Vorbereitung für den kommenden Stoff gedacht. Zu ihrer Lösung kann man den folgenden *"Transformationssatz"* heranziehen: Sei X eine Zufallsgröße, die
(a) diskret verteilt ist mit den möglichen Werten $x_i, i \in I$
(b) stetig verteilt ist mit der Dichte f.
Weiterhin sei $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine (meßbare) Funktion. Es gelte in den Fällen (a) bzw. (b)

$$\sum_{i \in I} |g(x_i)| P(X = x_i) < \infty \quad \text{bzw.} \quad \int_{t \in \mathbb{R}} |g(t)| f(t) \mathrm{d}\, t < \infty.$$

b.w.

Dann existiert der Erwartungswert $Eg(X)$ und berechnet sich zu

$$Eg(X) = \sum_{i \in I} g(x_i) P(X = x_i) \quad \text{bzw.} \quad Eg(X) = \int_{t \in \mathbb{R}} g(t) f(t) \, \mathrm{d}\, t.$$

(*)-Aufgabe:

4. Die größte der bei einer Ziehung im Lotto ("6 aus 49") gezogenen Zahlen werde mit M bezeichnet. Besitzt diese Zufallsgröße Erwartungswert und Streuung (Begründung!)?

   Falls ja: Welche Werte haben diese ?

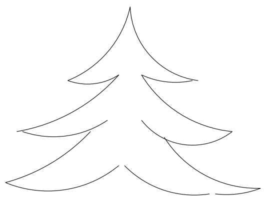
   (Hinweis: Es gilt $\sum_{l=k}^{n} \binom{l}{k} = \binom{n+1}{k+1}$.)

   (8 Punkte)

Abgabe: bis 09.01.04 13:00 Uhr **Besprechung: ab 12.01.04**

Briefkästen für die Abgabe auf dem D1-Flur: - Kasten 12 (Kutyniok/Lotz/Wagner)
- Kasten 7 (Dreker)
- Kasten 128 (Nickel)

Allen TeilnehmerInnen von
"Stochastik für Informatiker"



ein frohes Weihnachtsfest

und

alles Gute für 2004!