Übungsaufgaben zur
"Stochastik für Informatiker "
5. Serie

---

1. Sei $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$ ein Wahrscheinlichkeitsraum.

   a) Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß A aber weder B noch C eintreten, ist

   $\mathcal{P}(A) - \mathcal{P}(A \cap B \cap C)$ ☐

   $\mathcal{P}(A \cap B \cap C) - \mathcal{P}(A \cup B) - \mathcal{P}(A \cup C) + \mathcal{P}(A)$ ☐

   $\mathcal{P}(A) - \mathcal{P}(A \cup B \cup C)$ ☐

   $\mathcal{P}(A \cap B \cap C) - \mathcal{P}(A \cap B) - \mathcal{P}(A \cap C) + \mathcal{P}(A)$ ☐

   Weiß nicht ☐

   b) Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß entweder A oder B eintritt, ist

   $\mathcal{P}(A) - \mathcal{P}(A \cap B)$ ☐

   $\mathcal{P}(A) + \mathcal{P}(B) - \mathcal{P}(A \cap B)$ ☐

   $\mathcal{P}(A) + \mathcal{P}(B) - 2\,\mathcal{P}(A \cap B)$ ☐

   $\mathcal{P}(A) + \mathcal{P}(B) - 3\,\mathcal{P}(A \cap B)$ ☐

   Weiß nicht ☐

   Bitte die Nebenrechnungen beifügen! (5 Punkte)

---

2. Eine Urne enthalte R rote, S schwarze und W weiße Kugeln (R+S+W=U). Sie ziehen N Kugeln. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind davon exakt r rot, s schwarz und w weiß, wenn es sich um eine Ziehung ohne Zurücklegen handelt?

   (2 Punkte)

---

3. Eine idealer Würfel wurde N mal geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fallen

   (i) genau s Sechsen und p Primzahlen?
   (ii) genau s Sechsen oder genau p Primzahlen?
   (iii) zwischen s und $s+2$ Sechsen sowie zwischen p und $p+2$ Primzahlen (jeweils einschließlich)?
   (iv) doppelt soviele Primzahlen wie Sechsen?

   Geben Sie jeweils Formeln an!
   (Für die Zahlen $s, p \in \mathbb{N}_0$ kann $N \geq s+p+4$ angenommen werden.)

   (10 Punkte)

---

4. Es stehe eine Prozedur "rand" zur Verfügung, die das zufällige Ziehen einer Kugel aus einer Urne mit n numerierten Kugeln nachbildet, wobei $n \in \mathbb{N}$ ein frei wählbarer Parameter ist. (D.h., im Ergebnis des Aufrufes "rand(n)" wird eine auf zufällige Weise aus $1, ..., n$ gewählte Zahl X zurückgegeben, wobei jede der Zahlen $1, ..., n$ mit derselben Wahrscheinlichkeit ausgewählt wird.)

   Es seien nun U, R, S gegebene natürliche Zahlen mit $R \leq U$ und $S \leq R \wedge (U-R)$. Geben Sie eine Prozedur "hyg" mit den Parametern U, R, S derart an, daß im Ergebnis des Prozeduraufrufes "hyg(U,R,S)" eine zufällig aus $0, ..., S$ ausgewählte Zahl Y zurückgegeben wird, wobei die Wahrscheinlichkeit $P(Y=k)$ dafür, daß die Zahl k gewählt wird, gerade

$$\frac{\binom{R}{k}\binom{U-R}{S-k}}{\binom{U}{S}}$$

   beträgt.
   (Hinweis: Es genügt eine metasprachlicheFormulierung (verbal, Block- oder Flußdiagramm, Struktogramm o.ä.)

   (6 Punkte)

Abgabe: bis 05.12.03 13:00 Uhr **Besprechung: ab 08.12.03**

Briefkästen für die Abgabe auf dem D1-Flur: - Kasten 12 (Kutyniok/Lotz/Wagner)
- Kasten 7 (Dreker)
- Kasten 128 (Nickel)