

**Übungsaufgaben zur
"Stochastik für Informatiker "
5. Serie**

1. Sei $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$ ein Wahrscheinlichkeitsraum.

a) Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß A aber weder B noch C eintreten, ist

$\mathcal{P}(A) - \mathcal{P}(A \cap B \cap C)$

$\mathcal{P}(A \cap B \cap C) - \mathcal{P}(A \cup B) - \mathcal{P}(A \cup C) + \mathcal{P}(A)$

$\mathcal{P}(A) - \mathcal{P}(A \cup B \cup C)$

$\mathcal{P}(A \cap B \cap C) - \mathcal{P}(A \cap B) - \mathcal{P}(A \cap C) + \mathcal{P}(A)$

Weiß nicht

b) Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß entweder A oder B eintritt, ist

$\mathcal{P}(A) - \mathcal{P}(A \cap B)$

$\mathcal{P}(A) + \mathcal{P}(B) - \mathcal{P}(A \cap B)$

$\mathcal{P}(A) + \mathcal{P}(B) - 2 \mathcal{P}(A \cap B)$

$\mathcal{P}(A) + \mathcal{P}(B) - 3 \mathcal{P}(A \cap B)$

Weiß nicht

Bitte die Nebenrechnungen beifügen!

(5 Punkte)

2. Eine Urne enthalte R rote, S schwarze und W weiße Kugeln ($R+S+W=U$). Sie ziehen N Kugeln. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind davon exakt r rot, s schwarz und w weiß, wenn es sich um eine Ziehung ohne Zurücklegen handelt?

(2 Punkte)

3. Eine idealer Würfel wurde N mal geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fallen

(i) genau s Sechsen und p Primzahlen?

(ii) genau s Sechsen oder genau p Primzahlen?

(iii) zwischen s und $s + 2$ Sechsen sowie zwischen p und $p + 2$ Primzahlen (jeweils einschließlich)?

(iv) doppelt soviele Primzahlen wie Sechsen?

Geben Sie jeweils Formeln an!

(Für die Zahlen $s, p \in \mathbb{N}_0$ kann $N \geq s + p + 4$ angenommen werden.)

(10 Punkte)

4. Es stehe eine Prozedur “rand” zur Verfügung, die das zufällige Ziehen einer Kugel aus einer Urne mit n nummerierten Kugeln nachbildet, wobei $n \in \mathbb{N}$ ein frei wählbarer Parameter ist. (D.h., im Ergebnis des Aufrufes “rand(n)” wird eine auf zufällige Weise aus $1, \dots, n$ gewählte Zahl X zurückgegeben, wobei jede der Zahlen $1, \dots, n$ mit derselben Wahrscheinlichkeit ausgewählt wird.)

Es seien nun U, R, S gegebene natürliche Zahlen mit $R \leq U$ und $S \leq R \wedge (U - R)$. Geben Sie eine Prozedur “hyg” mit den Parametern U, R, S derart an, daß im Ergebnis des Prozeduraufrufes “hyg(U, R, S)” eine zufällig aus $0, \dots, S$ ausgewählte Zahl Y zurückgegeben wird, wobei die Wahrscheinlichkeit $P(Y = k)$ dafür, daß die Zahl k gewählt wird, gerade

$$\frac{\binom{R}{k} \binom{U-R}{S-k}}{\binom{U}{S}}$$

beträgt.

(Hinweis: Es genügt eine metasprachliche Formulierung (verbal, Block- oder Flußdiagramm, Struktogramm o.ä.)

(6 Punkte)

Abgabe: bis 05.12.03 13:00 Uhr

Besprechung: ab 08.12.03

Briefkästen für die Abgabe auf dem D1-Flur:

- Kasten 12 (Kutyniok/Lotz/Wagner)
- Kasten 7 (Dreker)
- Kasten 128 (Nickel)