Übungsaufgaben zur "Stochastik für Informatiker"
9. Serie

---

1. *diskrete Momente*

Vorbemerkung: *Man sagt, eine Zufallsgröße X sei "binomialverteilt (mit den Parametern $N \in I\!N$ und $p \in [0,1]$)", symbolisch: $X \sim Bi(N,p)$, wenn gilt $P(X = k) = Bi(N,p)_k$ für $k = 0, 1, \ldots, N$.*
(Analog sind die symbolischen Schreibweisen $X \sim Geo(a)$, $X \sim Pois(\lambda), \ldots$ im Falle weiterer diskreter Verteilungen zu interpretieren.)

Berechnen Sie die Größen

$$EX := \sum_{k \in I\!N_0} k\,P(X = k)$$

und

$$D^2X := \sum_{k \in I\!N_0} (k - EX)^2 P(X = k)$$

im Falle

(i) $X \sim \varepsilon_{x_0}$, für $x_0 \in I\!R$

(ii) $X \sim 2(p)$, für $p \in (0,1)$

(iii) $X \sim Bi(N,p)$, für $N \in I\!N;\ p \in [0,1]$

(iv) $X \sim Pois(\lambda)$, für $\lambda > 0$.

Anmerkung:*Es handelt sich bei EX bzw. D^2X um den "Erwartungswert" bzw. die "Streuung" von X. Auf deren Rolle und Eigenschaften wird in der Vorlesung noch näher eingegangen.*

(10 Punkte)

---

2. *Stetige Momente*

Es sei X eine Zufallsgröße mit der Dichte f, d.h. es gelte

$$P(X \leq x) = F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)du \qquad x \in I\!R,$$

mit

(a) $f(x) = \begin{cases} 1/L & x \in [0,L] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$ für ein $L > 0$

(b) $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$ für ein $\lambda > 0$

(c) $f(x) = \varphi_{\mu,1}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2}}$ für ein $\mu \in I\!R;\ x \in I\!R$

(i) Berechnen Sie den sogenannten "Erwartungswert"

$$EX := \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$$

in den Fällen (a), (b) und (c).

(ii) Sei $\alpha \in (0,1)$ eine beliebige Konstante. Bestimmen Sie in den Fällen (a) und (b) jeweils eine Zahl x_α derart, dass $F_X(x_\alpha) = \alpha$ gilt.

(iii) Welche Zahlenwerte ergeben sich in den Aufgabenteilen (i) und (ii), wenn $L = 1$, $\lambda = 1$ und $\mu = 0$ angenommen wird?

(8 Punkte)

Abgabe: bis 13.1.03 16.00 Uhr **Besprechung: ab 14.1.03**