Übungsaufgaben zur "Stochastik für Informatiker"

11. Serie

1. *600 Würfe*

Man bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, bei 600 Würfen mit einem idealen Würfel zwischen 90 und 100 Sechsen (einschließlich) zu werfen,

(i) exakt ($\nearrow$ Maple)

(ii) mit Hilfe der Normalapproximation.

(6 Punkte)

---

2. *Gezinkter Würfel*

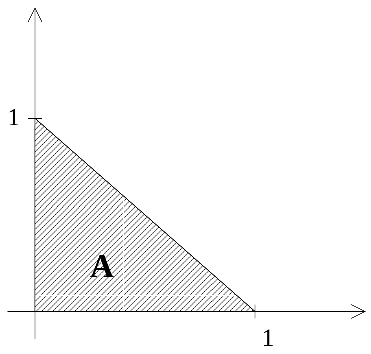
Von einem Würfel wird vermutet, dass er gezinkt sei. Anhand von N Würfen mit diesem Würfel soll die unbekannte Wahrscheinlichkeit p für das Auftreten einer Sechs in einem einzelnen Wurf geschätzt werden, und zwar so, dass die Schätzung $\hat{p}_N$ vom wahren Wert p höchstens mit 5%iger Wahrscheinlichkeit um mehr als 0.1 abweicht. Bestimmen Sie die hierzu benötigte Mindestanzahl N von Würfen unter Verwendung der Čebyšev-Ungleichung.

(6 Punkte)

---

3. *Zweidimensionale Dichte*

Im $I\!R^2$ sei die Menge A wie folgt gegeben:



Weiterhin sei $f_{(X,\,Y)}(x,\ y) := c1_A(x,\ y) = \begin{cases} c & (x,\ y) \in A \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$.

(i) Man bestimme die Konstante c derart, dass $f_{(X,\,Y)}$ eine Dichte ist, d.h.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{(X,\,Y)}(x,\ y)\,dy\,dx = 1$$

gilt.

(ii) Man bestimme

$$F_{(X,\,Y)}(x,\ y) := \int_{-\infty}^{x} \int_{-\infty}^{y} f_{(X,\,Y)}(u,\ v)\,dv\,du, \qquad \text{für } (x,\ y) \in I\!R^2.$$

(iii) Man bestimme

$$f_X(x) := \int_{-\infty}^{\infty} f_{(X,\,Y)}(x,\; y)dy, \qquad\qquad x \in I\!R.$$

(iv) Man errechne

$$EXY := \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} xy f_{(X,\,Y)}(x,\; y)dy\,dx.$$

(9 Punkte)

Abgabe: bis 10.2.03 16.00 Uhr **Besprechung: ab 11.2.03**