Blatt 4

1. *Polynomraum*

   Gegeben sind die Polynome $g_1(x) = \frac{1}{4}x^2$ und $g_2(x) = 2$.

   a) Stellen Sie die Funktionen $f_1(x) = -2x^2 - 1$ und $f_2(x) = -\frac{5}{4}x^2 + \frac{1}{2}$ als Linearkombination von $g_1(x)$ und $g_2(x)$ dar.

   b) Zeigen Sie, daß die Funktionen $f_1(x)$ und $f_2(x)$ linear unabhängig sind.

   c) Man gebe eine möglichst einfache Basis für den von $f_1(x)$ und $f_2(x)$ erzeugten Vektorraum an.

---

2. Die Vektoren $\underline{a}^1$ und $\underline{a}^2$ mögen eine Basis der $\mathbb{R}^2$ bilden, und es gelte

$$\begin{array}{rcccl} \underline{b}^1 & = & b_{11}\underline{a}^1 & + & b_{12}\underline{a}^2 \\ \underline{b}^2 & = & b_{21}\underline{a}^1 & + & b_{22}\underline{a}^2 \end{array}$$

   mit $b_{12} \neq 0$.

   (i) Bilden auch die Vektoren $\underline{a}^1$ und $\underline{b}^1$ eine Basis des $\mathbb{R}^2$? (Begründung!)

   (ii) Falls die Antwort zu (i) JA lautet, d.h., $\underline{a}^1$ und $\underline{b}^1$ eine Basis von $\mathbb{R}^2$ bilden, muß sich der Vektor $\underline{b}^2$ in der Form

$$\underline{b}^2 = \alpha\underline{a}^1 + \beta\underline{b}^1$$

   darstellen lassen, wobei die Koeffizienten α und β eindeutig bestimmt sind.

   Geben Sie Formeln an, in denen α und β durch $b_{11}, \ldots, b_{22}$ ausgedrückt werden.

---

3. Folgende Aufgabe findet sich auf dem Präsenzblatt 9:

   `Gegeben sei eine Matrix`

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

   `mit` $A \gg 0$. `Führen Sie, ausgehend von dem Tableau`

$T0$	s_1	s_2
z_1	a	b
z_2	c	d

   einen `Austauschritt aus. Stellen Sie anhand des Ergebnistableaus` $T1$ `fest, wann ein weiterer Austauschschritt möglich ist` ... Führen Sie diesen aus, wenn möglich.
