

Übungsaufgaben zur
“Mathematik IV für Wirtschaftswissenschaftler”
Serie 3 Präsenzaufgaben

1. Spezieller Vektor

Von einem zufälligen Vektor $X = (X_1, X_2)$ sei bekannt

$$\begin{aligned} P(X = (1, 2)) &= \frac{1}{5} \\ P(X = (1, 3)) &= \frac{1}{4} \\ P(X = (4, 4)) &= \frac{1}{20} \\ P(X = (3, 2)) &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

- (i) Bestimmen Sie den Erwartungswert EX .
 - (ii) Bestimmen Sie die Kovarianzmatrix $cov(X, X) = \Sigma$.
 - (iii) Sind die Koordinaten von X unabhängig?
-

2. Homogener Poissonprozeß

Es sei $(N_t)_{t \geq 0}$ ein homogener Poissonprozeß mit dem Parameter $\lambda > 0$. Geben Sie Formeln an für

- (i) $P(N_3 = 4)$
 - (ii) $P(N_2 \leq 3)$
 - (iii) $P(N_5 = 3, N_9 = 10)$
 - (iv) $EN_t \quad (t \geq 0)$
 - (v) $D^2N_t \quad (t \geq 0)$
 - (vi) $EN_sN_t \quad (\text{für } 0 \leq s < t).$
-

3. Berechnungen beim zufälligen Wandern

Es bezeichne $(S_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ das in der Vorlesung beschriebene zufällige Wandern, welches die zeitliche Entwicklung des zufälligen Gesamtgewinns beim wiederholten Werfen einer nicht notwendig symmetrischen Münze beschreibt. (Dabei sei die Wahrscheinlichkeit, in einem einzelnen Wurf “Kopf” zu werfen und 1 Geldeinheit zu gewinnen, gleich $p \in (0, 1)$.)

- (a) Bestimmen Sie die Verteilung von S_7 in der Form $P(S_7 = k) = \dots$ für alle sinnvollen Werte von k .
- (b) Wie lautet das Ergebnis von (a), wenn die Zahl 7 durch eine beliebige Konstante $n \in \mathbb{N}$ ersetzt wird?

- (c) Bestimmen Sie die gemeinsame Verteilung von S_7 und S_{11} in der Form $P(S_7 = k, S_{11} = l) = \dots$ für alle sinnvollen Werte von k und l .
 - (d) Wie lautet das Ergebnis von (c), wenn die Zahlen 7 und 11 durch beliebige Konstanten n und $n + m$ mit $n, m \in \mathbb{N}$ ersetzt werden?
 - (e) Bestimmen Sie $E S_n$ und $D^2 S_n$ für beliebige Werte von $n \in \mathbb{N}$.
 - (f) Bestimmen Sie $cov(S_n, S_{n+m})$ für beliebige Werte von $n, m \in \mathbb{N}$.
-