Übungsaufgaben zur
"Mathematik IV für Wirtschaftswissenschaftler"
Serie 1 Präsenzaufgaben

---

1. *Ereignisse*

   Bei einer Verbraucherumfrage werden dem Telefonbuch willkürlich Nummern entnommen und die betreffenden Personen angerufen. Wir betrachten die folgenden Ereignisse: Die angerufene Person

   - W: ist weiblich,
   - N: ist Nichtraucher,
   - V: ist vermögend,
   - T: trinkt niemals alkoholische Getränke.

   Interpretieren Sie:

   - $(W \wedge N) \vee (V \wedge \overline{T})$
   - $W \triangle (V \vee N)$
   - $(V \wedge \overline{W})\ (V \wedge T)$

   Skizzieren Sie die angegebenen Ereignisse. Lassen sich - eventuell einfachere - alternative Formeln geben? .

---

2. *Einfacher W-Raum*

   Zwei Münzen werden geworfen, jede mit den Seiten "Kopf" oder "Zahl". Wenn K_i das Ereignis, dass im i-ten Wurf "Kopf" fällt $(i = 1, 2)$ bezeichnet, so werde angenommen, da gilt $P(K_1) = P(K_2) = 1/2$. Geben Sie einen (möglichst einfachen) Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$ derart an, daß gilt
   $P(K_2|K_1) = 1/4$.
   (Die Mengen Ω und $\mathcal{F}$ sind explizit zu benennnen, die Werte von P sind für alle unzerlegbaren Ereignisse anzugeben).

---

b.w.

3. *Einfache W-Berechnungen*

Ein idealer Würfel werde zweimal geworfen. Es bezeichne X_1 bzw. X_2 die zufällige Augenzahl des ersten bzw. zweiten Wurfes.

(i) Geben Sie einen W-Raum an, der das Experiment eines zweifachen Münzwurfes trägt, und beschreiben Sie folgende Ereignisse explizit:

a) $A := [\, X_1 + X_2 = 8\,]$

b) $B := [\, X_1 - X_2 = 2\,]$

c) $C := [\, X_1 \geq X_2\,]$

d) $D := [\, X_1 . X_2 = 4\,]$.

(*Hinweis: Zur Lösung der Aufgabe eignet sich eine Skizze.*)

(ii) Berechnen Sie: $P(A)$ bis $P(D)$, $P(B|A)$, $P(C \wedge D)$ und $P(A|B)$.

---

4. *Aktienzustände*

Eine Aktie werde zum Preis von 1 Euro erworben. Von einem Börsentag zum nächsten kann sie jeweils mit einer festen Wahrscheinlichkeit p um 20% im Wert steigen, andernfalls um 10% im Wert sinken. Die Veränderungen, die an verschiedenen Börsentagen eintreten, werden dabei als vollständig unabhängig angenommen.

(i) Geben Sie einen W-Raum an, der das Verhalten der Aktie an den ersten drei Börsentagen nach dem Kauf abbildet.

(ii) Mit welcher Wahrscheinlichkeit steigt der Kurs innerhalb dieser drei Tage genau zweimal?

(iii) Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt der Aktienkurs nach drei Tagen nicht unter 90% des Kaufpreises?

---

5. *Axiome*

Es sei $\Omega \neq \emptyset$. Zeigen Sie: Ein Mengensystem $\mathcal{A} \subset \mathcal{P}(\Omega)$ ist genau dann eine Algebra, wenn gilt:

(A"1) $\Omega \in \mathcal{A}$

(A"2) $A, B \in \mathcal{A} \Rightarrow A \setminus B \in \mathcal{A}$

(A"3) $A, B \in \mathcal{A} \Rightarrow A \cap B \in \mathcal{A}$.
