



SERIE 2.9

1. Gewinn

In der Vorstandssitzung eines Unternehmens wird mitgeteilt, daß der Gewinn beim Absatz von x bzw. y Mengeneinheiten zweier Güter X bzw. Y

$$G(x, y) = x(x - a)y(y - b)$$

Geldeinheiten betrage. Dabei stellen die Konstanten $a > 0$ und $b > 0$ gerade die Produktionskapazitäten des Unternehmens zur Herstellung der Güter X bzw. Y dar.

Ermitteln Sie den höchstmöglichen Gewinn G^* und einen gewinnmaximalen Produktionsplan (x^*, y^*) unter der Annahme, daß die Produktionskapazitäten bezüglich der Güter X und Y unabhängig voneinander in Anspruch genommen werden können.

Dokumentieren Sie Ihren Lösungsweg ausführlich und begründen Sie insbesondere, warum der von Ihnen vorgeschlagene Plan (x^*, y^*) zu einem globalen Gewinnmaximum führt.

(Legen Sie zunächst den ökonomisch sinnvollen Definitionsbereich D_{oec} fest und skizzieren Sie ihn!)

Lösungshinweis: Wer die Aufgabe nur mit konkreten Zahlenwerten anstelle der Konstanten a und b zu lösen vermag, verwende zunächst Zahlenwerte, z.B. $a = 8, b = 12$, und ersetze diese anschließend durch a und b .

2. Gewinnmaximum

Ein Unternehmen erzielt bei der Ausbringung von x bzw. y Mengeneinheiten zweier Güter X bzw. Y einen Gewinn in Höhe von

$$G(x, y) = xy(4 - x - y) \quad [\text{GE}].$$

Die Produktionskapazität des Unternehmens unterliegt der Beschränkung

$$x + y \leq 4 \quad [\text{ME}].$$

Ermitteln Sie eine Ausbringungsmengenkombination (x^*, y^*) , bei der der Unternehmensgewinn den absoluten Höchstwert annimmt. Wie groß ist dieser?

(Erläutern Sie die wesentlichen Schritte Ihres Lösungsweges unter Einbeziehung einer Skizze und begründen Sie, warum die von Ihnen vorgeschlagene Lösung zu einem globalen Optimum führt.)