SERIE 2.7

1. *Ökonomische "Eignung"*
   Nach Auffassung eines Ökonomen kann eine Funktion $f : [\,0, \infty\,) \times [\,0, \infty\,) \to I\!R$ als

   (a) (Gesamt-) Kostenfunktion
   (b) Nutzenfunktion

   interpretiert werden, wenn sie monoton wachsend ist und weiterhin gilt:

   (a) $f(0,0) \geqslant 0$
   (b) f ist konkav.

   Ist es möglich, in dem Ansatz

   $$f(x,y) = ax^2 + bxy + y^2 + 11$$

   die Konstanten $a \neq 0$ und $b \in I\!R$ so zu wählen, daß f als

   (a) Kostenfunktion
   (b) Nutzenfunktion

   interpretierbar ist?

   (Falls JA: Wie sind die Konstanten a, b zu wählen?
   Falls NEIN: Begründung!)

---

2. *Definitheit*
   Untersuchen Sie die folgenden Matrizen auf Definitheit! (Benutzen Sie, soweit möglich, die Methode der Hesse-Determinanten. In den übrigen Fällen sind die Eigenwerte zu ermitteln.)

   $$A = \begin{pmatrix} 108 & 21 \\ 21 & 1 \end{pmatrix}$$

   $$B = \begin{pmatrix} 49 & -7 \\ -7 & 1 \end{pmatrix}$$

   $$C = \begin{pmatrix} -20 & -3 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$$

   $$D = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}$$

   $$E = \begin{pmatrix} 108 & -9 \\ -9 & 1 \end{pmatrix}$$

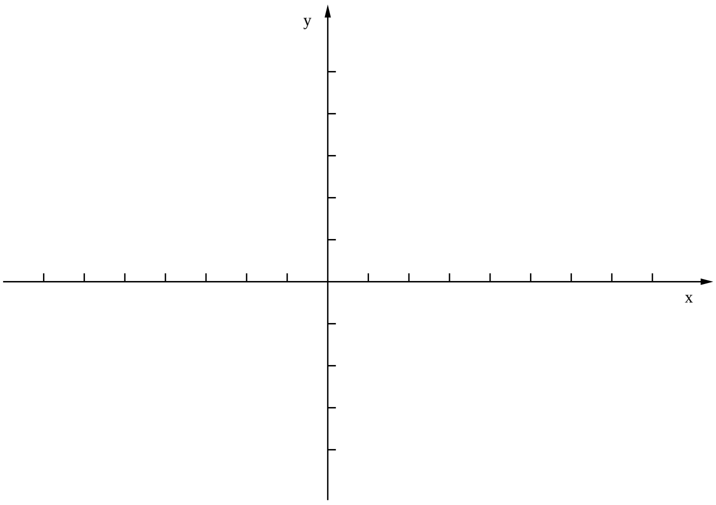
---

3. *Konvexitätskarte*
Von einer Funktion $f : I\!R^2 \to I\!R$ wurde die "Hesse-"Matrix der zweiten partiellen Ableitungen wie folgt ermittelt:

$$f''(x,y) = \begin{pmatrix} 3x & 4y^3 \\ 4y^3 & 12xy^2 \end{pmatrix}$$

Skizzieren Sie in nachfolgendem Diagramm (möglichst große) Teilmengen $D^{\cup}$, $D^{\cap}$ bzw. $D^{\asymp}$ von $I\!R^2$ derart, daß f

- auf $D^{\cup}$ konvex ist ($D^{\cup}$ schraffieren:)
- auf $D^{\cap}$ konkav ist ($D^{\cap}$ schraffieren:)
- auf $D^{\asymp}$ weder konvex noch konkav ist ($D^{\asymp}$ schattieren:)



Abgabe: bis 10.06.2005 11.00 Uhr
Box 114, 117 (grün) auf D1-Flur

Rückgabe: eine Woche später
in den Übungsgruppen