



SERIE 2.11

1. Haushaltsnutzen

Ein Haushalt, der zwei Güter X und Y zu den Preisen $p > 0$ und $q > 0$ erwerben kann, bewertet den subjektiven Nutzen beim Erwerb des Güterbündels (x, y) durch den Nutzenindex

$$U(x, y) = \sqrt{xy + 3x}, \quad x, y \geq 0.$$

Das Budget des Haushaltes betrage B Geldeinheiten und sei größer als $3q$.

- Ermitteln Sie die Nachfragen $x = x(B, p, q)$ und $y = y(B, p, q)$ des Haushaltes an den Gütern X bzw. Y als Funktionen der Einflußgrößen B, p und q . (*Lösungshinweis unten beachten!*)
- Wie hoch ist der größtmögliche Nutzen $U_{max} = U_{max}(B, p, q)$ des Haushaltes?
- Wie wirkt sich eine Erhöhung des Preises p für das Gut X auf die Nachfrage y an Gut Y aus?
- Läßt sich der Haushaltsnutzen (bei konstanten Preisen p und q) durch eine Verdoppelung des Budgets verdoppeln?
- Was geschieht mit Nachfragen und Maximalnutzen, wenn alle Preise und das Budget gleichzeitig verdoppelt werden?

Lösungshinweis: Wer die Aufgabe nur mit konkreten Zahlenwerten statt mit den Variablen B, p, q lösen kann, verwende durchweg die Zahlenwerte $B = 108, p = 3$ und $q = 12$.

2. Kostenminimale CD-Produktion

Ein Unternehmen stellt aus zwei Produktionsfaktoren X und Y ein Gut Z her. Die Produktionsfunktion lautet

$$z = a\sqrt{xy}.$$

Die Preise $p > 0$ und $q > 0$ der Faktoren X bzw. Y seien fest vorgegeben.

- Welche Mengen x^* und y^* der Faktoren X bzw. Y sind einzusetzen, um damit C ME des Gutes Z zu minimalen Kosten K_{min} herzustellen?
- Wie hoch sind diese minimalen Kosten K_{min} ?

Lösen Sie das Problem mit der Lagrange-Methode. Bestimmen Sie dabei auch den zu (x^*, y^*) gehörenden Lagrange-Multiplikator λ^* . Beurteilen Sie eventuelle Lagrangepunkte aus ökonomischer Sicht (d.h., ohne Verwendung von Hesse-Determinante(n)). Gehen Sie anschließend auf folgende Fragen ein:

- Die minimalen Kosten K_{min} hängen von der Konstanten C ab: $K_{min} = K_{min}(C)$. Bilden Sie die Ableitung $\frac{d}{dC}K_{min}(C)$.
- Gibt es einen Zusammenhang zum Lagrange-Multiplikator λ^* ? Wenn ja, welchen? Interpretieren Sie Ihr Ergebnis!