



SERIE 2.9

1. Kostenminimale Produktion

Ein Unternehmen produziert ein Gut G aus zwei Rohstoffen X und Y . Werden davon die Mengen x bzw. y eingesetzt, beträgt der Output

$$g(x, y) = \sqrt{x + \sqrt{y}} \quad [\text{ME}].$$

Dabei entstehen Kosten in Gesamthöhe von

$$K(x, y) = 18x + 3y + 30 \quad [\text{GE}].$$

- (i) Ermitteln Sie einen Produktionsplan (x^*, y^*) , mit dem ein Output von 5 ME G zu minimalen Kosten erzeugt wird.
- (ii) Wie hoch sind die entstehenden Minimalkosten $K^* = K(x^*, y^*)$?
- (iii) Wie stark werden die Minimalkosten ansteigen, wenn der Ziel-Output von 5 ME um eine (marginale) Einheit erhöht wird?

(Benutzen Sie die Methode des Lagrangeschen Multiplikators.)

2. Lokale Extrema ankreuzen

Auf \mathbb{R}^2 werde die Funktion f

$$f(x, y) = x^4 - 4x^2y^2 + xy^2$$

betrachtet. Diese besitzt $(0, 0)$ als stationären Punkt. Stellen Sie fest, ob weitere stationäre Punkte existieren, und klassifizieren Sie diese mit Hilfe der Hesse – Matrix bzw. durch Analyse von Vertikalschnitten (z.B. “ $y = ax$ ” für geeignete Konstanten a).

Kreuzen Sie die zutreffenden Felder an:

(i) Der Punkt	ist stationärer Punkt	und zwar (falls JA):	(falls NEIN):	Punkte
$(0, 0)$	<input checked="" type="checkbox"/> JA	<input type="checkbox"/> SP <input type="checkbox"/> MAX <input type="checkbox"/> MIN <input type="checkbox"/> ?	<input type="checkbox"/> Entfällt	1
$\left(\frac{1}{8}, -\frac{1}{4}\right)$	<input type="checkbox"/> JA <input type="checkbox"/> NEIN <input type="checkbox"/> ?	<input type="checkbox"/> SP <input type="checkbox"/> MAX <input type="checkbox"/> MIN <input type="checkbox"/> ?	<input type="checkbox"/> Entfällt	1 1
$\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$	<input type="checkbox"/> JA <input type="checkbox"/> NEIN <input type="checkbox"/> ?	<input type="checkbox"/> SP <input type="checkbox"/> MAX <input type="checkbox"/> MIN <input type="checkbox"/> ?	<input type="checkbox"/> Entfällt	1 1
$\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{8}\right)$	<input type="checkbox"/> JA <input type="checkbox"/> NEIN <input type="checkbox"/> ?	<input type="checkbox"/> SP <input type="checkbox"/> MAX <input type="checkbox"/> MIN <input type="checkbox"/> ?	<input type="checkbox"/> Entfällt	1 1
$\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$	<input type="checkbox"/> JA <input type="checkbox"/> NEIN <input type="checkbox"/> ?	<input type="checkbox"/> SP <input type="checkbox"/> MAX <input type="checkbox"/> MIN <input type="checkbox"/> ?	<input type="checkbox"/> Entfällt	1 1
$\left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}\right)$	<input type="checkbox"/> JA <input type="checkbox"/> NEIN <input type="checkbox"/> ?	<input type="checkbox"/> SP <input type="checkbox"/> MAX <input type="checkbox"/> MIN <input type="checkbox"/> ?	<input type="checkbox"/> Entfällt	1 1
$\left(0, \frac{1}{4}\right)$	<input type="checkbox"/> JA <input type="checkbox"/> NEIN <input type="checkbox"/> ?	<input type="checkbox"/> SP <input type="checkbox"/> MAX <input type="checkbox"/> MIN <input type="checkbox"/> ?	<input type="checkbox"/> Entfällt	1 1

(ii) Es gilt

			Punkte	
$\lim_{x \rightarrow 0} f(x, y) = 1$, und f ist beschränkt.	<input type="checkbox"/> R	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> ?	$\frac{1}{2}$
$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x, 0) = \infty$, und f ist nicht nach oben beschränkt.	<input type="checkbox"/> R	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> ?	$\frac{1}{2}$
$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x, x) = -\infty$, und f ist nicht nach unten beschränkt.	<input type="checkbox"/> R	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> ?	$\frac{1}{2}$
f kann kein globales Maximum besitzen.	<input type="checkbox"/> R	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> ?	$\frac{1}{2}$
$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x, \frac{x}{2}) = -\infty$, also ist f höchstens nach oben beschränkt.	<input type="checkbox"/> R	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> ?	$\frac{1}{2}$
Existiert ein unbeschränkter Vertikalschnitt, ist f unbeschränkt.	<input type="checkbox"/> R	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> ?	$\frac{1}{2}$
Existiert ein strikt konvexer Vertikalschnitt, ist f nicht konkav.	<input type="checkbox"/> R	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> ?	$\frac{1}{2}$
Sind alle Vertikalschnitte konvex, ist f konvex.	<input type="checkbox"/> R	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> ?	$\frac{1}{2}$

Hinweis zur Bewertung:

- Eine *richtige* Antwort ergibt die angegebene Punktzahl.
- Eine *falsche* Antwort ergibt entsprechend viele Minuspunkte.
- “gar nichts ankreuzen” ergibt ebenfalls Minuspunkte.
- “weiß nicht” ergibt jeweils 0 Punkte.

Daher: Im Zweifelsfall “weiß nicht” ankreuzen.

AUSSERDEM: NEBENRECHNUNGEN BITTE AUF GESONDERTEM BLATT BEIFÜGEN!

Abgabe: bis 15.7.2003 13.00 Uhr
Box 114, 117 (grün) auf D1-Flur

Rückgabe: ab 23.07.2003
in den Übungsgruppen