SERIE 2.8

1. *Lokales Maximum und Minimum*
   Wir betrachten die durch

$$f(x,y) = 4x^4 - 8xy + \frac{2}{27}y^2 \quad \text{für} \quad (x,y) \in I\!R^2$$

   definierte Funktion f.

   (a) Berechnen Sie den Gradienten $\nabla f = (f_x, f_y)$ und die Hesse-Matrix $H := \nabla^2 f = \begin{pmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{pmatrix}$ von f.

   (b) Berechnen Sie alle stationären Punkte von f und klassifizieren Sie diese dahingehend, ob ein lokaler Minimum- bzw. Maximumpunkt oder ein (verallgemeinerter) Sattelpunkt vorliegt oder evtl. anhand der Hesse-Matrix allein eine Beurteilung nicht möglich ist.

   (c) Ist f auf einem Teil des Definitionsbereiches konkav/konvex? Wenn ja, auf welchem?

---

2. *Extrema und ihre ökonomische Interpretation*
   Ein Unternehmen möchte untersuchen, wie sich eine Veränderung von 2 Produktionsfaktoren bei Konstanz aller anderen Produktionsfaktoren auf den Gewinn auswirkt.
   Unter dieser Voraussetzung wurde folgende Gewinnfunktion ermittelt:

$$G(x_1, x_2) = \frac{4}{3}x_1^3 - \frac{7}{3}x_2^3 - 14x_1^2 + \frac{35}{2}x_2^2 + 40x_1 - 28x_2 - 4 \ .$$

   Für die Produktionsfaktoren x_1 und x_2 sind die Kapazitätsbeschränkungen $0 \leq x_1 \leq 6$ und $0 \leq x_2 \leq 6$ zu berücksichtigen.

   Welche Produktionsfaktorkombination führt zum Gewinnmaximum und wie groß ist dieses?

Abgabe: bis 01.7.2003 13.00 Uhr
Box 114, 117 (grün) auf D1-Flur

Rückgabe: ab 09.07.2003
in den Übungsgruppen