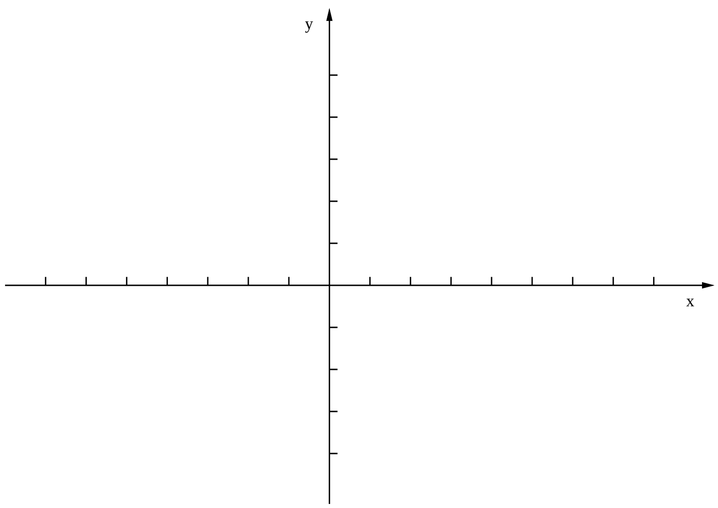
SERIE 2.7

1. *Konvexitätskarte*
   Von einer Funktion $f : I\!R^2 \to I\!R$ wurde die "Hesse-"Matrix der zweiten partiellen Ableitungen wie folgt ermittelt:
   $$f''(x,y) = \begin{pmatrix} 3x & 4y^3 \\ 4y^3 & 12xy^2 \end{pmatrix}$$
   Skizzieren Sie in nachfolgendem Diagramm (möglichst große) Teilmengen $D^{\cup}$, $D^{\cap}$ bzw. $D^{\asymp}$ von $I\!R^2$ derart, daß f

   - auf $D^{\cup}$ konvex ist ($D^{\cup}$ schraffieren:)
   - auf $D^{\cap}$ konkav ist ($D^{\cap}$ nicht schraffieren:)
   - auf $D^{\asymp}$ weder konvex noch konkav ist ($D^{\asymp}$ schattieren:)



---

2. *Gradient und Hesse-Matrix II*
   Eine Funktion soll durch den folgenden Ausdruck überall dort definiert werden, wo dieser sinnvoll ist.
   $$f(x,y) = \frac{x^2y}{2} - \frac{xy^2}{2}$$
   (a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich D_f von f.
   (b) Berechnen Sie den Gradienten $\nabla f = f' = (\, f_x\, , f_y\,)$ von f .
   (c) Berechnen Sie die Hesse-Matrix $H := f'' = \begin{pmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{xy} & f_{yy} \end{pmatrix}$ von f.
   (d) Bestimmen Sie alle Nullstellen des Gradienten.
   (e) Bestimmen Sie diejenigen Teilmengen des Definitionsbereiches c von f, auf denen die Hesse-Matrix positiv definit, negativ definit bzw. indefinit ist.

Abgabe: bis 24.06.2003 13.00 Uhr
Box 114, 117 (grün) auf D1-Flur

Rückgabe: ab 02.07.2003
in den Übungsgruppen