SERIE 2.4

1. *Definitionsbereich und Schnitte*
   In der (x, y) -Ebene soll durch den Ausdruck

   $$f(x, y) := \sqrt{1 - xy^2}$$

   eine Funktion f definiert werden, und zwar überall dort, wo dieser Ausdruck erklärt ist.

   (i) Bestimmen Sie den Definitionsbereich D_f von f (Skizze!).

   (ii) Skizzieren Sie den Vertikalschnitt $y = 2$.

   (iii) Skizzieren Sie den Vertikalschnitt $x = 1$.

   (iv) Skizzieren Sie den Vertikalschnitt $x = y$ (als Funktion von x).

   (v) Skizzieren Sie die Höhenlinie $f(x, y) = \frac{1}{2}$.

   Geben Sie zu allen Schnitten

   - die Formeln,
   - die zugehörigen Definitionsbereiche sowie
   - jeweils mindestens zwei Punkte an, die auf dem Schnittgraphen liegen.

   Versuchen Sie, das qualitative Verhalten der Schnitte (Wachstum, Krümmung, ggf. Asymptoten) möglichst gut zu erfassen ($\nearrow$ Kurvendiskussion).

---

2. *Gewinnzone*
   Die Gewinnfunktion eines Unternehmens laute

   $$G(x, y) = \frac{200}{3}x + 72y - \frac{25}{3}x^2 - 12y^2 - \frac{499}{3}$$

   wobei x und y die Ausbringungsmengen zweier Produkte X und Y (in $[ME_X]$ bzw. $[ME_Y]$)) bezeichnen. Es gelten die Kapazitätsgrenzen $0 \leq x \leq 10$ $[ME_X]$ und $0 \leq y \leq 7$ $[ME_Y]$.

   (a) Legen Sie einen ökonomisch sinnvollen Definitionsbereich D_{oec} fest.

   (b) Skizzieren Sie den Vertikalschnitt $x = 2$!

   (c) Skizzieren Sie den Vertikalschnitt $y = 1$!

b.w.

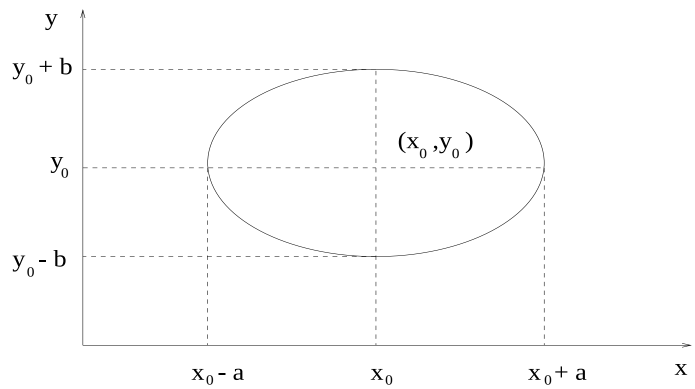
(d) Ermitteln Sie die Gewinnzone D_{Gewinn} (Skizze!)

Hinweise:

i. Die Gewinnzone (soweit vorhanden) wird durch die Kurve $G(x,y) = 0$ berandet.

ii. Die Gleichung einer Ellipse um den Punkt (x_0, y_0) lautet

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1.$$



(e) Kann das Unternehmen überhaupt Gewinn erzielen?
Wenn ja: Für welche Ausbringungsmengenkombination (x^*, y^*) vermuten Sie den höchsten Gewinn? (Rechnung nicht erforderlich!)

(f) Kann das Unternehmen Verlust erzielen ? Wo wird der Verlust am größten ?

Abgabe: bis 27.05.2003 13.00 Uhr
Box 114, 117 (grün) auf D1-Flur

Rückgabe: ab 04.06.2003
in den Übungsgruppen