



Blatt 5

1. Bedingungen an Konstanten

Welchen Bedingungen müssen die Konstanten $b \in \mathbb{R}$ und $c \in \mathbb{R}$ genügen, damit durch

$$K(x) := x^3 - bx^2 + cx + 10, \quad x \geq 0,$$

eine ertragsgesetzliche Kostenfunktion definiert wird?

2. Konvexität

Es sei $D = (a, b)$ mit $-\infty \leq a < b \leq \infty$.

Zeigen Sie

- (i) Sind $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ konvexe Funktionen und $\lambda \geq 0, \mu \geq 0$, dann ist auch die Funktion $\lambda f + \mu g$ konvex.
- (ii) Sind $\psi : D \rightarrow \mathbb{R}$ eine konvexe und $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine monoton wachsende konvexe Funktion, dann ist die durch

$$\tau(x) := \varphi \circ \psi(x) := \varphi(\psi(x)), \quad x \in D,$$

definierte Funktion ebenfalls konvex.

(Die Aussage ist falsch, wenn nur gefordert wird, dass φ konvex ist.)

Untersuchen Sie mit Hilfe von (i) und (ii) die folgenden Funktionen auf $(0, \infty)$ auf Konvexität:

a) $h(x) = 25 - e^{2x} + 5 \ln(5x)$

b) $k(x) = e^{\frac{1}{\sqrt{x}}}$

c) $l(x) = \left(e^{\frac{1}{\sqrt{x}}+2}\right)^5$