Blatt 3

1. *CRaum*

   Es sei $C[0,1]$ die Menge stetiger Funktionen $f: \ [0,1] \longrightarrow I\!R$ mit

   $f_1 : x \longmapsto 1$

   $f_2 : x \longmapsto x$

   $f_3 : x \longmapsto x^2$

   gegeben. Man überlege sich, daß $C[0,1]$ bezüglich der üblichen Operationen

   $$\Big((f+g)(x) := f(x) + g(x); \ (\lambda f)(x) = \lambda f(x) \ \forall \, x\Big)$$

   ein linearer Raum ist.

---

2. *Polynomraum*

   Gegeben sind die Polynome $g_1(x) = \frac{1}{4}x^2$ und $g_2(x) = 2$.

   a) Stellen Sie die Funktionen $f_1(x) = -2x^2 - 1$ und $f_2(x) = -\frac{5}{4}x^2 + \frac{1}{2}$ als Linearkombination von $g_1(x)$ und $g_2(x)$ dar.

   b) Zeigen Sie, daß die Funktionen $f_1(x)$ und $f_2(x)$ linear unabhängig sind.

   c) Man gebe eine möglichst einfache Basis für den von $f_1(x)$ und $f_2(x)$ erzeugten Vektorraum an.
