SERIE 1.8

1. *vier Gleichungssysteme*

   Bestimme die Lösungsmenge L folgender Gleichungssysteme:

   a) $\begin{array}{rl} 2x- & 4y+3z=1 \\ -x+ & y-2z=3 \\ x- & y-2z=5 \end{array}$ b) $\begin{array}{rr} 4x-3y+5z= & 3 \\ 2x-4y+3z= & 10 \\ -3x+5y-2z= & -7 \end{array}$ c) $\begin{array}{rrr} 4x- & 2y= & 6 \\ -2x+ & y= & -3 \end{array}$ d) $\begin{array}{r} -x+3y=4 \\ 2x-6y=7 \end{array}$

---

2. *Schönes Gleichungssystem*

   Gegeben sei das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & 4x_4 & = & 1 \\ 2x_1 & + & 4x_2 & + & 5x_3 & + & 6x_4 & = & 2 \\ & & x_2 & + & 3x_3 & - & x_4 & = & 3 \end{array} \qquad (1)$$

   <u>Bestimmen Sie</u>

   (i) den Rang r der Koeffizientenmatrix,
   (ii) den Rang r' der erweiterten Koeffizientenmatrix,
   (iii) den Defekt d des Gleichungssystems,
   (iv) den Nullraum $\mathcal{N}$,
   (v) die Menge $\mathbb{L}$ sämtlicher Lösungen.

   <u>Ergänzen bzw. korrigieren Sie:</u>

   (vi) Das Gleichungssystem (1) ist **lösbar/unlösbar**, weil ....

   ....

   (vii) Das Gleichungssystem (1) **kann/kann niemals** unlösbar werden, wenn die rechte Seite abgeändert wird, denn ....

   ....

   (viii) Wenn das Gleichungssystem (1) überhaupt lösbar ist, so **eindeutig/mehrdeutig**, denn

   ....

---

3. *Gleichungssysteme und Rang*

Prüfen Sie die Lösbarkeit der nachstehenden Gleichungssysteme durch Rangbetrachtung und bestimmen Sie die Lösung, falls eine solche existiert.

a)
$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & 8x_2 & + & 9x_3 & = & -32 \\ 2x_1 & - & x_2 & + & 3x_3 & = & -1 \\ x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & = & 12 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & - & x_4 & = & 7 \\ 2x_1 & + & 5x_2 & - & x_3 & + & 2x_4 & = & 22 \\ 3x_1 & + & 8x_2 & + & x_3 & - & x_4 & = & 24 \end{array}$$

Abgabe: bis 21.12.2004 9.00 Uhr
Box 114, 117 (grün) auf D1-Flur

Rückgabe: ab 11.01.2005
in den Übungsgruppen