



SERIE 1.8

1. vier Gleichungssysteme

Bestimme die Lösungsmenge L folgender Gleichungssysteme:

$$\begin{array}{llll}
 2x - 4y + 3z = 1 & 4x - 3y + 5z = 3 & & \\
 \text{a) } -x + y - 2z = 3 & \text{b) } 2x - 4y + 3z = 10 & \text{c) } 4x - 2y = 6 & \text{d) } -x + 3y = 4 \\
 x - y - 2z = 5 & -3x + 5y - 2z = -7 & -2x + y = -3 & 2x - 6y = 7
 \end{array}$$

2. Schönes Gleichungssystem

Gegeben sei das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcl}
 x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 & = & 1 \\
 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 & = & 2 \\
 x_2 + 3x_3 - x_4 & = & 3
 \end{array} \quad (1)$$

Bestimmen Sie

- (i) den Rang r der Koeffizientenmatrix,
- (ii) den Rang r' der erweiterten Koeffizientenmatrix,
- (iii) den Defekt d des Gleichungssystems,
- (iv) den Nullraum \mathcal{N} ,
- (v) die Menge \mathcal{L} sämtlicher Lösungen.

Ergänzen bzw. korrigieren Sie:

- (vi) Das Gleichungssystem (1) ist **lösbar/unlösbar**, weil
-
- (vii) Das Gleichungssystem (1) **kann/kann niemals** unlösbar werden, wenn die rechte Seite
abgeändert wird, denn
-
- (viii) Wenn das Gleichungssystem (1) überhaupt lösbar ist, so **eindeutig/mehrdeutig**, denn
.....

3. Gleichungssysteme und Rang

Prüfen Sie die Lösbarkeit der nachstehenden Gleichungssysteme durch Rangbetrachtung und bestimmen Sie die Lösung, falls eine solche existiert.

$$\begin{array}{l} \text{a)} \\ x_1 - 8x_2 + 9x_3 = -32 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b)} \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 7 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 + 2x_4 = 22 \\ 3x_1 + 8x_2 + x_3 - x_4 = 24 \end{array}$$

Abgabe: bis 21.12.2004 9.00 Uhr
Box 114, 117 (grün) auf D1-Flur

Rückgabe: ab 11.01.2005
in den Übungsgruppen