



Blatt 2

1. zulässige Produktionen

Wir betrachten ein komplexes Verflechtungsmodell mit $n(\geq 2)$ Knoten und der (n, n) -Eigenverbrauchsmatrix E . Es bezeichne

$$\mathcal{B} := \{\underline{x} \in \mathbb{R}^n \mid \underline{x} \geq 0 \text{ und } \underline{x} \geq E\underline{x}\}$$
$$\mathcal{N} := \{\underline{y} \in \mathbb{R}^n \mid \text{es existiert ein } \underline{x} \in \mathcal{B} \text{ mit } \underline{y} = (I - E)\underline{x}\}$$

- (i) Geben Sie eine verbale Interpretation der Mengen \mathcal{B} und \mathcal{N} .
- (ii) Zeigen Sie, daß sowohl im Fall $\mathcal{M} := \mathcal{B}$ als auch im Fall $\mathcal{M} := \mathcal{N}$ gilt:
 - a) $\underline{x}, \underline{x}' \in \mathcal{M} \Rightarrow \underline{x} + \underline{x}' \in \mathcal{M}$
 - b) $\underline{x} \in \mathcal{M}, \lambda \geq 0 \Rightarrow \lambda \underline{x} \in \mathcal{M}$.
- (iii) Interpretieren Sie das Gezeigte verbal.

2. Potenzierter Eigenverbrauch

Lösen Sie die ECO-RSYS-Aufgabe 1.5.1 (“3-Schritt-Modell”) unter Verwendung des “komplexen” Modells:

- (a) Geben Sie die Eigenverbrauchsmatrix E an.
- (b) Berechnen Sie die Matrizen E^2 , E^3 und E^4 .
- (c) Überlegen Sie sich (ohne Zahlenrechnung), daß $(I - E)^{-1} = I + E + E^2 + E^3$ gelten muß.

Hinweis: Versuchen Sie - z.B. durch Verwendung von Blockmatrizen - Zahlenrechnungen weitestgehend zu vermeiden und durch symbolische Rechnungen zu ersetzen und sich die Struktur der Berechnungen klarzumachen. Geben Sie (c) eine inhaltliche Interpretation.