



## SERIE 1.4

### 1. alle Bedingungen

In den nachfolgenden Ausdrücken a) - d) seien

- $d, i, j, k, l, m$  und  $n$  natürliche Zahlen
- $\lambda$  und  $\mu$  reellwertige Konstanten
- $A \in \mathbb{R}^{i,j}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{k,l}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{m,n}$
- $D \in \mathbb{R}^{d,d}$  eine invertierbare Matrix.

Geben Sie **alle** Bedingungen an, denen diese Konstanten bzw. Matrizen genügen müssen, damit folgende Ausdrücke sinnvoll (d.h., definiert) sind.

- a)  $AB + C$
- b)  $(A + B^T)^T + C$
- c)  $C(AA^T + (\lambda D)^{-1})$
- d)  $(3\lambda D - 6\mu D)^{-1} \left( (A + B) \cdot C^T \right)^T$

**Muster:** Der Ausdruck  $AC^T B^{-1}$  ist sinnvoll, wenn gilt

- 1)  $j = n$  (d.h.,  $A$  und  $C^T$  sind verkettet)
- 2)  $k = l$  (d.h.,  $B$  ist quadratisch)
- 3)  $B$  ist invertierbar
- 4)  $m = k (= l)$  (d.h.,  $C^T$  und  $B^{-1}$  sind verkettet).

### 2. Volkswirtschaft

Eine Volkswirtschaft bestehe aus den Sektoren Energieerzeugung (E), Schwerindustrie (S) und Übrige (K) (wobei zu den “übrigen” Branchen auch die privaten Haushalte und der Export gerechnet werden mögen). Im vergangenen Jahr lieferte der Energiesektor 49500 GWh Energie an die Schwerindustrie und 81000 GWh an die übrigen Sektoren, benötigte jedoch seinerseits Zulieferungen aus der Schwerindustrie im Werte von 26,1 Mrd. DM. Die Schwerindustrie lieferte außerdem Material im Werte von 72,9 Mrd. DM an die übrigen Sektoren.

Bei unveränderter Technologie sollen die übrigen Sektoren im Folgejahr 90900 GWh Energie und Leistungen der Schwerindustrie im Wert von 108000 Mio. DM erhalten.

- (a) Welche Leistungen müssen der Energiesektor und die Schwerindustrie dafür insgesamt erbringen?
- (b) Wieviel Energie wird die Schwerindustrie dabei verbrauchen?

(c) Welchen Wert werden die Leistungen der Schwerindustrie für den Energiesektor annehmen?

HINWEISE:

- Stellen Sie die erhaltenen Informationen zunächst übersichtlich dar - z.B. in tabellarischer Form.
- Wenn Sie einen Gozintographen zeichnen, genügen (E) und (S) als Knoten! (Warum?)
- Ermitteln Sie dann die absolute Verbrauchsmatrix A und die spezifische Verbrauchsmatrix V für dieses Problem. (Dies sind (2,2)-Matrizen! Es genügt *wenig* Rechnung!)
- Aus den obigen Angaben kann sowohl die Bruttoproduktion (= Gesamtproduktion) als auch die Nettoproduktion (= absetzbare Produktion) der Sektoren (E) und (S) abgelesen werden. Führen Sie dafür passende mathematische Größen (Vektoren) ein. Denken Sie daran, deren Bedeutung zu erklären.
- Geben Sie eine Gleichung an, in der die Verflechtungsmatrix, die Brutto- und die Nettoproduktion des vergangenen Jahres vorkommen.
- Leiten Sie daraus eine Gleichung ab, mit deren Hilfe die Bruttoproduktion des nächsten Jahres aus der vorgegebenen Nettoproduktion ermittelt werden kann.
- Zum Schluß: Berechnen Sie die benötigten Zahlenwerte.

---

**Abgabe:** bis 21.11.2003 13.00 Uhr  
Box 114, 117 (grün) auf D1-Flur

**Rückgabe:** eine Woche später  
in den Übungsgruppen

**ACHTUNG: Auf dem Übungszettel sind unbedingt anzugeben:**

1. Name, Vorname (leserlich !)
2. Übungsgruppe, in der der Ü - Zettel zurückgegeben werden soll (z.B. Koch, Mi 14 - 16 )