



SERIE 1.3

1. ABC

Es seien die Matrizen A, B und C wie folgt gegeben:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Berechnen Sie die folgenden Matrizen X:

I) $AXB = I$

II) $AC^T - BX = A^T X$

III) $AB^T X^2 B - XB = (A + B)XB$ (Zusatzannahme: X ist invertierbar)

2. Matrixausdrücke

Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Stellen Sie fest, ob folgende Ausdrücke existieren:

a) $A(B - C^T)$ b) AB^T c) $(BC)^{-1}$

d) $A(B^T - C^T C)$ e) $DC - A$ f) $((AD)^T)^{-1} D^T A^T B$.

Wenn ja, berechnen Sie diese. Wenn nein, erläutern Sie, warum der Ausdruck nicht existiert.

3. Indexaufgabe

(i) Eine $(4, 4)$ -Matrix C sei durch die Bildungsvorschrift

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{für } |i - j| \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (i = 1, \dots, 4, j = 1, \dots, 4)$$

gegeben. Schreiben Sie C explizit in "Langform".

(ii) Für eine Matrix $A_{(\alpha, \beta)}$ laute die Bildungsvorschrift

$$a_{st} = \begin{cases} (s + t)^2 & \text{für } s \geq t \\ 1 & \text{sonst} \end{cases} \quad (s = 1, \dots, \alpha, t = 1, \dots, \beta).$$

Geben Sie A im Falle $\alpha = \beta = 3$ in "Langform" an.

(iii) Geben Sie die größtmögliche Zahl $\alpha \in \mathbb{N}$ derart an, daß kein Element der gemäß (ii) gebildeten Matrix $A_{(\alpha, 3)}$ größer als 100 ist.

(iv) Es seien a und b reelle Konstanten und

$$D = \begin{bmatrix} a & a^2 & a^3 & a^4 \\ a + b & a^2 + b & a^3 + b & a^4 + b \\ a + 2b & a^2 + 2b & a^3 + 2b & a^4 + 2b \\ a + 3b & a^2 + 3b & a^3 + 3b & a^4 + 3b \end{bmatrix}.$$

Geben Sie ein Bildungsgesetz an, mit dem die Elemente von D in Abhängigkeit vom Zeilen- und Spaltenindex errechnet werden können.

4. Formataufgabe

Von drei Matrizen $A_{(m, n)}$, $B_{(p, q)}$ und $C_{(r, s)}$ sei folgendes bekannt:

(i) das Produkt ACB kann gebildet werden und besitzt die Inverse $(ACB)^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$,

(ii) die Produktmatrix $A^T C^T$ existiert ebenfalls und besitzt 36 Elemente.

Bestimmen Sie die Formatkennzahlen m, n, p, q, r und $s \in \mathbb{N}$.

Abgabe: bis 14.11.2003 13.00 Uhr
Box 114, 117 (grün) auf D1-Flur

Rückgabe: eine Woche später
in den Übungsgruppen

ACHTUNG: Auf dem Übungszettel sind unbedingt anzugeben:

1. Name, Vorname (leserlich !)

2. Übungsgruppe, in der der Ü - Zettel zurückgegeben werden soll (z.B. Koch, Mi 14 - 16)