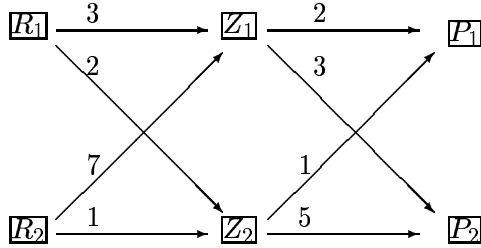


SERIE 1.10

1. *Ökonomische Deutung von Basen*

Gegeben seien der Gozintograph einer zweistufigen Produktion:



sowie ein Produktionsprogramm $\underline{p}^T = (10, 12)$.

- Stellen Sie die Matrizen V^{01} und V^{12} auf, die den direkten spezifischen Materialverbrauch beim Übergang von Stufe 0 zu Stufe 1 bzw. von Stufe 1 zu Stufe 2 beschreiben.
- Ermitteln Sie die Vektoren \underline{z} und \underline{r} der für die Endproduktion \underline{p} benötigten Zwischenprodukte bzw. Rohstoffe.
- Zeigen Sie, daß
 - die Spalten von V^{01} eine Basis $\underline{b} = (\underline{b}^1, \underline{b}^2)^T$
 - die Spalten von V^{12} eine Basis $\underline{c} = (\underline{c}^1, \underline{c}^2)^T$
 - die Spalten von $V := V^{01}V^{12}$ eine Basis $\underline{d} = (\underline{d}^1, \underline{d}^2)^T$des \mathbf{R}^2 bilden.
- Geben Sie die Koeffizienten von
 - \underline{z} bezüglich \underline{c}
 - \underline{r} bezüglich \underline{b}
 - \underline{r} bezüglich \underline{d}an und interpretieren Sie diese ökonomisch.

2. *Konvexe Linearkombination*

Im \mathbf{R}^2 seien die Punkte $\underline{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\underline{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\underline{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ und $\underline{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ gegeben.

Geben Sie alle Möglichkeiten an, den Punkt $\underline{m} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ als konvexe Linearkombination von \underline{a} , \underline{b} , \underline{c} und \underline{d} darzustellen!

(Gesucht ist also die Menge aller Koeffizientenvektoren

$$\mathcal{H} = \{\underline{\lambda} \in \mathbf{R}^4 \mid \underline{m} = \lambda_1 \underline{a} + \lambda_2 \underline{b} + \lambda_3 \underline{c} + \lambda_4 \underline{d}; \underline{\lambda} \geq 0; \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = 1\},$$

mit deren Hilfe \underline{m} als konvexe LK von \underline{a} , \underline{b} , \underline{c} und \underline{d} geschrieben werden kann. Geben Sie eine Parameterdarstellung für \mathcal{H} an!)

3. Produktionsplansimplex II

Ein Rohstoff R wird für die Erzeugung von drei Endprodukten Z_1 , Z_2 und Z_3 benötigt. Es stehen 1200 Mengeneinheiten (ME) von R zur Verfügung. Für eine Mengeneinheit (ME) von Z_1 werden je 3 ME, für eine ME von Z_2 werden 2 ME und für eine ME von Z_3 werden 4 ME von R benötigt.

Wir interessieren uns wiederum für die Menge \mathcal{P}' **aller** realisierbaren Produktionspläne, d.h. solcher Pläne, die mit dem gegebenen Rohstoffvorrat auskommen (einschließlich der Nullproduktion 0).

Zeigen Sie: Jeder Punkt aus \mathcal{P}' läßt sich als konvexe Linearkombination der vier Eckpunkte von \mathcal{P}' darstellen.

Abgabe: bis 16.01.2004 13.00 Uhr
Box 114, 117 (grün) auf D1-Flur

Rückgabe: eine Woche später
in den Übungsgruppen