UGH Paderborn, FB 17
– Dietz –

ECO RSYS

WS
2002/03

SERIE 1.8

1. Man untersuche, ob die folgenden Vektoren linear unabhängig sind (mit Begründung):

   a) $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 \\ 3/4 \end{pmatrix}$

   b) $\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

   c) $\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 3 \end{pmatrix}$

   d) $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

   e) $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

   f) $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

---

2. Welche der folgenden Mengen sind lineare Teilräume von $I\!R^{n,n}$?

   i) Die Menge M_1 oberer $n \times n$-Dreiecksmatrizen

   ii) $M_2 = \{A \in I\!R^{n,n} \mid A \geq 0\}$

   iii) $M_3 = \{A \in I\!R^{n,n} \mid a_{11} > a_{nn}\}$

   iv) $M_4 = \{A \in I\!R^{n,n} \mid A \text{ ist invertierbar}\}$

   v) $M_5 = \{A \in I\!R^{n,n} \mid a_{11} + a_{nn} = 0\}$

   (Begründung!)

---

b.w.

3. Welche der folgenden Aussagen sind richtig, welche falsch? Widerlegen und korrigieren Sie die von Ihnen für **falsch** gehaltenen Aussagen!

   1) Die Vektoren $\underline{r}^1, \dots, \underline{r}^n \in \mathbb{R}^m$ sind linear unabhängig, wenn die Gleichung $c_1\underline{r}^1 + \cdots + c_n\underline{r}^n = 0$ wenigstens die Lösung $c_1 = \cdots = c_n = 0$ hat.
   2) Die Vektoren $r^1, \dots, r^n \in \mathbb{R}^m$ sind linear unabhängig, wenn sich höchstens einer dieser Vektoren als Linearkombination der übrigen schreiben läßt.
   3) Falls sich unter den Vektoren $\underline{r}^1, \dots, \underline{r}^n \in \mathbb{R}^m$ der Nullvektor befindet, sind diese linear abhängig.
   4) Im Fall $n > m$ besitzt die Gleichung $c_1\underline{r}^1 + \cdots + c_n\underline{r}^n = 0$ für gegebene Vektoren $\underline{r}^1, \dots, \underline{r}^n \in \mathbb{R}^m$ stets eine Lösung $\underline{c}^T = (c_1, \dots, c_n) \neq 0$
   5) Wenn die Vektoren $\underline{x}$ und $\underline{y}$ linear unabhängig sind und die Vektoren $\underline{y}$ und $\underline{z}$ ebenfalls linear unabhängig sind, müssen auch die Vektoren $\underline{x}$ und $\underline{z}$ linear unabhängig sein.
   6) Sind die Vektoren $\underline{x}, \underline{y}, \underline{z}$ linear abhängig, so sind zwei dieser Vektoren parallel.

---

4. TOP-Aufgabe:
   Für Speiseölhersteller mittlerer Größe wird eine Produktionsfunktion der Form $y = ax + b$ (mit unbekannten Koeffizienten a, b) vermutet, wobei x den momentanen Marktpreis des betreffenden Öls (in €/l) und y das Angebot des jeweiligen Unternehmens (in t) ausdrückt.
   Zur Ermittlung der Koeffizienten a, b werden von N Unternehmen Daten $x_1, \dots, x_N$ und $y_1, \dots, y_N$ erhoben, die zu Vektoren $\underline{x}$ und $\underline{y}$ zusammengefaßt werden. Im Idealfall müßte also gelten

$$\underline{y} = a\,\underline{x} + b\,\mathbb{1}\,, \tag{1}$$

   praktisch gilt diese Gleichung (infolge zufälliger Schwankungen) günstigstenfalls mit guter Näherung.

   Schlagen Sie (aus den beobachteten Werten zu ermittelnde) Zahlen $\widehat{a}$ und $\widehat{b}$ vor, damit (1) in möglichst guter Näherung gilt.

Abgabe: bis 20.12.2002 13.00 Uhr
Box 7, 12, 114, 124 (orange/grün) auf D1-Flur

Rückgabe: ab 08.01.2003
in den Übungsgruppen