SERIE 1.13

1. *zwei Simplexprobleme*
   Lösen Sie das Standard – Maximumproblem

$$
\begin{array}{lcll}
\underline{g}^T\underline{x} & \rightarrow & \max & \quad \text{(ZF)} \\
U\underline{x} & \leq & \underline{r} & \quad \text{(R)} \\
\underline{x} & \geq & 0 & \quad \text{(NN)}
\end{array}
$$

   mit Hilfe des Simplexverfahrens für

$$
\text{(i)} \quad U = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \underline{r} = \begin{bmatrix} 60 \\ 90 \\ 70 \\ 30 \end{bmatrix} \qquad \underline{g} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}
$$

$$
\text{(ii)} \quad U = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 & 7 \\ 0 & 5 & 0 & -2 \\ 3 & 4 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \qquad \underline{r} = \begin{bmatrix} 62 \\ 120 \\ 100 \\ 74 \end{bmatrix} \qquad \underline{g} = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}
$$

---

2. *MultiVit und Power*
   Zur Deckung des Vitaminbedarfs von Leistungssportlern stehen in einem Trainingscamp 2 Multivitaminpräparate “MultiVit” und “Fit & Power” - jeweils in Tablettenform - zur Verfügung. Der Gehalt dieser Präparate an wichtigen Inhaltsstoffen sowie die jeweilige Mindesttagesdosis je Sportler sind folgender Tabelle zu entnehmen:

	“MultiVit” je Tablette	“Fit & Power” je Tablette	“Tagesbedarf” pro Person
Vitamin C	180 mg	40 mg	360 mg
Vitamin B_{12}	12 μg	15 μg	60 μg
Folsäure	9 mg	21 mg	63 mg
Preis:	0,60 €	0,90 €	

   Die Multivitamintabletten sind so zu dosieren, daß der Tagesbedarf jedes Sportlers an den Vitaminen C und B_{12} sowie an Folsäure zu minimalen Kosten gedeckt werden kann.

   Ermitteln Sie:

   - die optimalen Tagesdosen von “MultiVit” und “Fit & Power”
   - die zugehörigen Minimalkosten.

   Lösen Sie das Problem auf grafischem Wege unter Beachtung der “Vorgehensweise” (siehe Vorlesung).

---

b.w.

3. *Zulässige Preise*
Ein Unternehmen produziert aus drei Rohstoffen R_1, R_2, R_3 zwei Endprodukte P_1, P_2 gemäß folgender (spezifischer) Materialverbrauchsmatrix

$$V = \begin{pmatrix} 5 & 12 \\ 4 & 3 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}.$$

Die auf dem Markt für die beiden Produkte P_1 und P_2 erzielbaren Preise sind derzeit $\pi_1 = 80$ bzw. $\pi_2 = 72$ [GE].
Es soll untersucht werden, zu welchen Preisen $\underline{\varrho} = (\varrho_1, \varrho_2, \varrho_3)^T$ die drei Rohstoffe eingekauft werden können, ohne daß die resultierenden Produktionskosten je ME P_1 bzw. P_2 deren Marktpreise überschreiten.
Bezeichnet $\mathscr{R}$ die Menge aller derartigen Rohstoffpreisvektoren $\underline{\varrho}$, so

(i) weise man nach, daß $\mathscr{R}$ konvex ist

(ii) skizziere man die Menge $\mathscr{R}$ (nicht ablesbare Eckpunkte sind zu berechnen).

---

4. EO TOP-Aufgabe: (Abgabe auf separatem Blatt!)
Konvexe Mengen im komplexen Modell
Wir betrachten ein komplexes Verflechtungsmodell mit der $(n, n)-$ Eigenverbrauchsmatrix $E \geqslant 0$ und erinnern uns daran, daß eine Bruttoproduktion $\underline{x} \in \mathbb{R}^n$ als *realisierbar* anzusehen ist, wenn gilt $\underline{x} \geqslant 0$ und $\underline{x} \geqslant E\,\underline{x}$. In diesem Fall gibt $\underline{y} := (I - E)\,\underline{x}$ die zugehörige Nettoproduktion an. Also ist

$$\mathscr{B} := \{\, \underline{x} \in \mathbb{R}^n \,|\, \underline{x} \geqslant 0 \;\wedge\; \underline{x} \geqslant E\,\underline{x} \,\}$$

die Menge aller realisierbaren Bruttoproduktionen und

$$\mathscr{Y} := \left\{\, \underline{y} \in \mathbb{R}^n \,|\, \exists\, \underline{x} \in \mathscr{B} :\; \underline{y} = (I - E)\,\underline{x} \,\right\}$$

die Menge aller realisierbaren Nettoproduktionen.
Man zeige:

(i) $\mathscr{B}$ ist ein konvexer Konus

(ii) $\mathscr{Y}$ ist ein konvexer Konus.

Anmerkung: Eine (nichtleere) Teilmenge K eines linearen Raumes $\mathscr{M}$ heißt *Konus*, falls gilt:
$\underline{x} \in K,\ \lambda > 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda \underline{x} \in K.$

Abgabe: bis 14.02.2003 13.00 Uhr
Box 7, 12, 114, 124 (orange/grün) auf D1-Flur

Rückgabe: in der ersten vorlesungsfreien Woche im Mentorenbüro (Öffnungszeiten siehe Aushang)