



**GRUNDEIGENSCHAFTEN REELLER FUNKTIONEN MEHRERER VERÄNDERLICHER**

$\triangleright f : \mathbb{R}^n \supset D \rightarrow \mathbb{R}$ heißt ...	wenn ...	Zusammenhänge/Hilfsmittel	Deutung
nach $\left\{ \begin{matrix} \text{oben} \\ \text{unten} \end{matrix} \right\}$ beschränkt	es ex. $\left\{ \begin{matrix} b_o \\ b_u \end{matrix} \right\}$ mit $f(x) \leq b_o$ $\forall x \in D$	$\left\{ \begin{matrix} b_o \\ b_u \end{matrix} \right\}$ heißt $\left\{ \begin{matrix} \text{obere} \\ \text{untere} \end{matrix} \right\}$ Schranke; die $\left\{ \begin{matrix} \text{kleinste obere} \\ \text{größte untere} \end{matrix} \right\}$ Schranke heißt	
(schlechthin) beschränkt	$f$ sowohl nach oben als auch nach unten beschränkt ist	Wenn $f$ auf $D$ beschränkt und $D$ kompakt ist (Randpunkte gehören zu $D$ ), so ist $f$ beschränkt und nimmt auf $D$ Minimum und Maximum an.	
monoton $\left\{ \begin{matrix} \text{wachsend} \\ \text{fallend} \end{matrix} \right\}$	$\forall x, y \in D : x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$	Ist $D$ ein (verallg.) Quader und $f$ auf $D$ partiell differenzierbar, gilt $f \left\{ \begin{matrix} \text{wachsend} \\ \text{fallend} \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow f' \geq 0$	
streng monoton $\left\{ \begin{matrix} \text{wachsend} \\ \text{fallend} \end{matrix} \right\}$	$\forall x, y \in D : x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$	Ist $f$ sogar $2 \times$ partiell differenzierbar, gilt $f$ streng $\left\{ \begin{matrix} \text{wachsend} \\ \text{fallend} \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow f' > 0$	
Im weiteren sei $D$ konvex:			
$\left\{ \begin{matrix} \text{konvex} \\ \text{konkav} \end{matrix} \right\}$	$\forall x, y \in D, \lambda \in (0, 1) :$ $f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y)$	Ist $f$ auf $D$ $2 \times$ stetig partiell differenzierbar, gilt $f \left\{ \begin{matrix} \text{konvex} \\ \text{konkav} \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow f'' \geq 0$	
strikt $\left\{ \begin{matrix} \text{konvex} \\ \text{konkav} \end{matrix} \right\}$	$\forall x \neq y \in D, \lambda \in (0, 1) :$ $f(\lambda x + (1 - \lambda)y) < \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y)$	$f$ strikt $\left\{ \begin{matrix} \text{konvex} \\ \text{konkav} \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow f'' > 0$	