

GRUNDEIGENSCHAFTEN REELLER FUNKTIONEN: Beschränktheit/Monotonie/Konvexität

Seien $D \subset \mathbb{R}$ ein Intervall und $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ eine reelle Funktion.

f heißt ...	wenn ...	Zusammenhänge/Hilfsmittel	Deutung
nach $\left\{ \begin{array}{l} \text{oben} \\ \text{unten} \end{array} \right\}$ beschränkt	es ex. $\left\{ \begin{array}{l} O \\ U \end{array} \right\}$ mit $f(x)$ für alle $x \in D$	$\left\{ \begin{array}{l} O \\ U \end{array} \right\}$ heißt $\left\{ \begin{array}{l} \text{obere} \\ \text{untere} \end{array} \right\}$;	
(schlechthin) beschränkt	f sowohl nach oben als auch nach unten beschränkt ist	Wenn f und D ist ($D = [a, b]$), so ist f beschränkt.	
monoton $\left\{ \begin{array}{l} \text{wachsend} \\ \text{fallend} \end{array} \right\}$	$\forall x, y \in D : x \leq y \Rightarrow f(x)$ $f(y)$	Wenn f auf D differenzierbar ist, gilt f $\left\{ \begin{array}{l} \text{wachsend} \\ \text{fallend} \end{array} \right\} \Leftrightarrow f' \geq <$ 0	
streng monoton $\left\{ \begin{array}{l} \text{wachsend} \\ \text{fallend} \end{array} \right\}$	$\forall x, y \in D : x < y \Rightarrow f(x)$ $f(y)$	f streng $\left\{ \begin{array}{l} \text{wachsend} \\ \text{fallend} \end{array} \right\} \Leftrightarrow f' \left\{ \begin{array}{l} > \\ < \end{array} \right\} 0$	
$\left\{ \begin{array}{l} \text{konvex} \\ \text{konkav} \end{array} \right\}$	$\forall x \neq y \in D, \lambda \in (0, 1) :$ $f(\lambda x + (1 - \lambda)y)$ $\lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y)$	Wenn f auf D 2× differenzierbar ist, gilt f $\left\{ \begin{array}{l} \text{konvex} \\ \text{konkav} \end{array} \right\} \Leftrightarrow f'' \geq <$ 0	
strikt $\left\{ \begin{array}{l} \text{konvex} \\ \text{konkav} \end{array} \right\}$	$\forall x \neq y \in D, \lambda \in (0, 1) :$ $f(\lambda x + (1 - \lambda)y)$ $\lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y)$	f strikt $\left\{ \begin{array}{l} \text{konvex} \\ \text{konkav} \end{array} \right\} \Leftrightarrow f'' \left\{ \begin{array}{l} > \\ < \end{array} \right\} 0$	

Ist $I \neq \emptyset$ ein Teilintervall von D , so heißt f auf I beschränkt, wachsend usw., wenn die entsprechenden Bedingungen auf I (statt auf D) erfüllt sind.