

**GRUNDEIGENSCHAFTEN REELLER FUNKTIONEN: Beschränktheit/Monotonie/Konvexität**

Seien  $D \subset \mathbb{R}$  ein Intervall und  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  eine reelle Funktion.

$f$ heißt ...	wenn ...	Zusammenhänge/Hilfsmittel	Deutung
nach $\left\{ \begin{matrix} \text{oben} \\ \text{unten} \end{matrix} \right\}$ beschränkt	es ex. $\left\{ \begin{matrix} O \\ U \end{matrix} \right\}$ mit $f(x)$ <span style="background-color: cyan;">      </span> für alle $x \in D$	$\left\{ \begin{matrix} O \\ U \end{matrix} \right\}$ heißt $\left\{ \begin{matrix} \text{obere} \\ \text{untere} \end{matrix} \right\}$ <span style="background-color: cyan;">      </span> ;	
(schlechthin) beschränkt	$f$ sowohl nach oben als auch nach unten beschränkt ist	Wenn $f$ <span style="background-color: cyan;">      </span> und $D$ <span style="background-color: cyan;">      </span> ist ( $D = [a, b]$ ), so ist $f$ beschränkt.	
monoton $\left\{ \begin{matrix} \text{wachsend} \\ \text{fallend} \end{matrix} \right\}$	$\forall x, y \in D : x \leq y \Rightarrow f(x)$ <span style="background-color: cyan;">      </span> $f(y)$	Wenn $f$ auf $D$ differenzierbar ist, gilt $f$ $\left\{ \begin{matrix} \text{wachsend} \\ \text{fallend} \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow f' \geq < 0$	
streng monoton $\left\{ \begin{matrix} \text{wachsend} \\ \text{fallend} \end{matrix} \right\}$	$\forall x, y \in D : x < y \Rightarrow f(x)$ <span style="background-color: cyan;">      </span> $f(y)$	$f$ streng $\left\{ \begin{matrix} \text{wachsend} \\ \text{fallend} \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow f' \left\{ \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \right\} 0$	
$\left\{ \begin{matrix} \text{konvex} \\ \text{konkav} \end{matrix} \right\}$	$\forall x \neq y \in D, \lambda \in (0, 1) :$ $f(\lambda x + (1 - \lambda)y)$ <span style="background-color: cyan;">      </span> $\lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y)$	Wenn $f$ auf $D$ 2× differenzierbar ist, gilt $f$ $\left\{ \begin{matrix} \text{konvex} \\ \text{konkav} \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow f'' \geq < 0$	
strikt $\left\{ \begin{matrix} \text{konvex} \\ \text{konkav} \end{matrix} \right\}$	$\forall x \neq y \in D, \lambda \in (0, 1) :$ $f(\lambda x + (1 - \lambda)y)$ <span style="background-color: cyan;">      </span> $\lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y)$	$f$ strikt $\left\{ \begin{matrix} \text{konvex} \\ \text{konkav} \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow f'' \geq < 0$	

Ist  $I \neq \emptyset$  ein Teilintervall von  $D$ , so heißt  $f$  auf  $I$  beschränkt, wachsend usw., wenn die entsprechenden Bedingungen auf  $I$  (statt auf  $D$ ) erfüllt sind.