GRUNDEIGENSCHAFTEN REELLER FUNKTIONEN: Beschränktheit/Monotonie/Konvexität

Es seien $D \subset \mathbb{R}$ ein Intervall und $f : D \to \mathbb{R}$ eine reelle Funktion.

$\triangleright f$ heißt ...	wenn ...	Zusammenhänge/Hilfsmittel	Deutung
nach $\left\{ \begin{matrix} \text{oben} \\ \text{unten} \end{matrix} \right\}$ beschränkt	es ex. $\left\{ \begin{matrix} b_o \\ b_u \end{matrix} \right\}$ mit $f(x) \underline{\qquad\qquad}$ für alle $x \in D$	$\left\{ \begin{matrix} b_o \\ b_u \end{matrix} \right\}$ heißt $\left\{ \begin{matrix} \text{obere} \\ \text{untere} \end{matrix} \right\} \underline{\qquad\qquad}$;	
(schlechthin) beschränkt	f sowohl nach oben als auch nach unten bschränkt ist	<u>Wenn</u> f $\underline{\qquad}$ und D von der Form $\underline{\qquad\qquad}$ ist, so ist f beschränkt.	
monoton $\left\{ \begin{matrix} \text{wachsend} \\ \text{fallend} \end{matrix} \right\}$	$\forall x, y \in D : x \le y \Rightarrow f(x) \underline{\qquad\qquad} f(y)$	<u>Wenn</u> f auf differenzierbar ist, gilt $f \left\{ \begin{matrix} \text{wachsend} \\ \text{fallend} \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow f' \underline{\qquad\qquad} 0$	
streng monoton $\left\{ \begin{matrix} \text{wachsend} \\ \text{fallend} \end{matrix} \right\}$	$\forall x, y \in D : x < y \Rightarrow f(x) \underline{\qquad\qquad} f(y)$	f streng $\left\{ \begin{matrix} \text{wachsend} \\ \text{fallend} \end{matrix} \right\} \Leftarrow f' \left\{ \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \right\} 0$	
$\left\{ \begin{matrix} \text{konvex} \\ \text{konkav} \end{matrix} \right\}$	$\forall x, y \in D, \lambda \in [0,1]$: $f(\lambda x + (1-\lambda)y) \underline{\qquad\qquad} \lambda f(x) + (1-\lambda) f(y)$	<u>Wenn</u> f auf $2\times$ differenzierbar ist, gilt $f \left\{ \begin{matrix} \text{konvex} \\ \text{konkav} \end{matrix} \right\} \underline{\quad} f'' \underline{\qquad\qquad} 0$	
strikt $\left\{ \begin{matrix} \text{konvex} \\ \text{konkav} \end{matrix} \right\}$	$\forall x \neq y \in D, \lambda \in (0,1)$: $f(\lambda x + (1-\lambda)y) \underline{\qquad\qquad} \lambda f(x) + (1-\lambda) f(y)$	f strikt $\left\{ \begin{matrix} \text{konvex} \\ \text{konkav} \end{matrix} \right\} \underline{\quad} f'' \underline{\qquad\qquad}$	

$\triangleright$ Ist $I \neq \emptyset$ ein Teilintervall von D, so heißt f *auf I* beschränkt, wachsend usw., wenn die entsprechenden Bedingungen auf I (statt auf D) erfüllt sind.