GRUNDEIGENSCHAFTEN REELLER FUNKTIONEN: Beschränktheit/Monotonie/Konvexität

Es seien $D \subset I\!R$ ein Intervall und $f : D \to I\!R$ eine reelle Funktion.

▷f heißt ...	wenn ...	Zusammenhänge/Hilfsmittel	Deutung
nach $\left\{ \begin{matrix} \text{oben} \\ \text{unten} \end{matrix} \right\}$ beschränkt	es ex. $\left\{ \begin{matrix} b_o \\ b_u \end{matrix} \right\}$ mit $f(x) \left\{ \begin{matrix} \le b_o \\ \ge b_u \end{matrix} \right\}$ für alle $x \in D$	$\left\{ \begin{matrix} b_o \\ b_u \end{matrix} \right\}$ heißt $\left\{ \begin{matrix} \text{obere} \\ \text{untere} \end{matrix} \right\}$ Schranke ;	
(schlechthin) beschränkt	f sowohl nach oben als auch nach unten bschränkt ist	<u>Wenn</u> f stetig und D von der Form $D = [a, b]$ ist, so ist f beschränkt.	
monoton $\left\{ \begin{matrix} \text{wachsend} \\ \text{fallend} \end{matrix} \right\}$	$\forall x, y \in D : x \le y \Rightarrow f(x) \left\{ \begin{matrix} \le \\ \ge \end{matrix} \right\} f(y)$	<u>Wenn</u> f auf differenzierbar ist, gilt $f \left\{ \begin{matrix} \text{wachsend} \\ \text{fallend} \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow f' \left\{ \begin{matrix} \ge \\ \le \end{matrix} \right\} 0$	
streng monoton $\left\{ \begin{matrix} \text{wachsend} \\ \text{fallend} \end{matrix} \right\}$	$\forall x, y \in D : x < y \Rightarrow f(x) \left\{ \begin{matrix} < \\ > \end{matrix} \right\} f(y)$	f streng $\left\{ \begin{matrix} \text{wachsend} \\ \text{fallend} \end{matrix} \right\} \Leftarrow f' \left\{ \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \right\} 0$	
$\left\{ \begin{matrix} \text{konvex} \\ \text{konkav} \end{matrix} \right\}$	$\forall x, y \in D, \lambda \in [0, 1]$: $f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \left\{ \begin{matrix} \le \\ \ge \end{matrix} \right\} \lambda f(x) + (1 - \lambda) f(y)$	<u>Wenn</u> f auf $2\times$ differenzierbar ist, gilt $f \left\{ \begin{matrix} \text{konvex} \\ \text{konkav} \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow f'' \left\{ \begin{matrix} \ge \\ \le \end{matrix} \right\} 0$	
strikt $\left\{ \begin{matrix} \text{konvex} \\ \text{konkav} \end{matrix} \right\}$	$\forall x \ne y \in D, \lambda \in (0, 1)$: $f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \left\{ \begin{matrix} < \\ > \end{matrix} \right\} \lambda f(x) + (1 - \lambda) f(y)$	f strikt $\left\{ \begin{matrix} \text{konvex} \\ \text{konkav} \end{matrix} \right\} \Leftarrow f'' \left\{ \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \right\} 0$	

▷ Ist $I \ne \emptyset$ ein Teilintervall von D, so heißt f *auf* I beschränkt, wachsend usw., wenn die entsprechenden Bedingungen auf I (statt auf D) erfüllt sind.