Vorübungen

Berechnen Sie:

$2^2,\ 2^3,\ 2^4,\ 2^5,\ 2^6,\ 2^{10}$ ergibt:
$3^2,\ 3^4,\ 3^5$
$5^2,\ 5^3,\ 5^4$
$10^2,\ 10^3,\ 10^4,\ 10^6$

$2^3 \cdot 2^{10} \quad =$

(ergibt berechnet:)

$2^6 \cdot 5^6 \quad =$

also auch

$2^6 \cdot 5^2 \cdot 5^4 \quad =$

(ergibt berechnet:)

$(2^5)^2 \quad =$

Positive Exponenten ($\in I\!N$)

Fassen Sie entsprechend der Potenzgesetze zusammen bzw. vereinfachen Sie:

$x^5y^4z^6x^8y^3z^4 \quad =$

$6x^5y^3z^2x^7y^2z^5 \quad =$

$(x^6)^3 \quad =$

$(a^2)^3 \quad =$

$(-x^3)^4 \quad =$

$(-x^4)^3 \quad =$

$(-x^3)^5 \quad =$

$(-2b^5)^4 \quad =$

$(-3c^5)^3 \quad =$

Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie:

$a^2(a^3b + b^4) \quad =$

$(a^4 - b)(a^5 + b^5) \quad =$

$(u^5 - 3u^2 + 6v^4) \cdot (u^3 - u^3v^4) \quad =$

$(a^2-b^2)(a^2+b^2) \quad =$

$(a^3-b^3)(a^3+b^3) \quad =$

$(a^3b^2c-a^5b^6c)a^4b^2 \quad =$

Klammern Sie so weit wie möglich aus:

$3x^4y^2z-12x^3y^3z^3+6x^3y^2z^2 \quad =$

$a^6b^5c^2-a^9b^8c \quad =$

Ganzzahlige Exponenten

Fassen Sie zusammen und kürzen Sie gegebenenfalls:

$$\frac{x^4y^2z^6}{3x^3y^3z^5} =$$

$$\frac{u^3v^5-u^6v^4}{u^2v^6-u^5v^5} =$$

$$4x^3y^8x^{-2}y^{-6} =$$

$$5a^2b^2c^4a^{-2}b^{-2}c^{-3} =$$

$$4u^3v^4u^{-5}v^{-6} =$$

$$\left(\frac{-5x^4}{2y^2}\right)^3 =$$

$$\frac{(u^2v^{-3})^5}{(-2w^2)^4} =$$

$$\frac{(a^2-b^2)^2}{(c^{-2})^2} =$$

$$(a^{-5})^3 =$$

$$\frac{1}{b^{-c}} =$$

$$(x^{-2})^{-3} =$$

$$((b^{-1})^{-1})^{-1} =$$

$$\frac{6x^3y^2z^5}{18x^2y^3z^5} =$$

$$\frac{a^5b^2+a^3b^4}{3a^6b^4+5a^4b^3} =$$

$$\frac{(x^3y - xy^3)^2}{x^8y^4 + x^6y^6} =$$

$$\frac{ac^2 - ad^2}{a^2c^4 - a^2d^4} =$$

$$\frac{5d^2e^4 - d^2e^2}{15cde^3 - 3cde} =$$

Multiplizieren Sie aus:

$$(x^2y^{-2} + x^{-2}y^3)x^{-4}y^2 =$$

$$(x^{n-1}y^{n+1} - xy)x^{1-n}y^{n-1} =$$

$$(a^{-2}b^3 - c^4d^{-1})a^2b^{-2}c^{-2}d^2 =$$

$$(a^{n-2} - a^{3-2n})a^{n+2} =$$

$$(a^{1-n}b^{1+n} + ab^{n-1}) \cdot a^{n+1}b^{1-n} =$$

$$\frac{(-2x^2 \cdot y^{-4})^4}{(-z^3)^5} =$$

Schreiben Sie ohne negative Exponenten:

$$x^5y^{-4}z^3 =$$

$$x^{4-n}y^{n-1} =$$

$$x^7y^{-8}z^{-2} =$$

$$\frac{a^7b^{-2}}{c^3d^{-4}} =$$

$$(a^{-m})^{-n} =$$

$$\frac{1}{x^{-6}y^2} =$$

$$x^{n-m}y^{m-n} =$$

$$\left((u^{-1})^{-1}\right)^{-3} \quad =$$

Kürzen Sie und schreiben Sie ohne negative Exponenten:

$$\frac{x^6 - x^4y^2}{x^3 + x^4z} \quad =$$

$$\frac{u^2v^8w^7}{u^3v^6w^2} \quad =$$

$$\frac{x^4y^{-6}}{x^{-2}y^8} \quad =$$

$$\frac{4x^8 - 9y^6}{4x^4z + 6y^3z} \quad =$$

$$\frac{x^5y^2 - 3x^4y^3}{x^6y^3 + x^5y^4} \quad =$$

$$\frac{a^7b^2 + a^9b}{a^{12}b^4 + a^7b} \quad =$$

Wurzeln und gebrochene Exponenten

`Beispiele:` `(alle Basen positiv!)`

$$\sqrt[4]{x^8y^{12}} = \left(x^8y^{12}\right)^{\frac{1}{4}} = x^2y^3$$

$$\sqrt[6]{\frac{a^8b^6}{c^{12}d^{18}}} = \left(\frac{a^8b^6}{c^{12}d^{18}}\right)^{\frac{1}{6}} = \frac{a^{\frac{4}{3}}b}{c^2d^3} = a^{\frac{4}{3}}bc^{-2}d^{-3}$$

$$\sqrt[m]{x\sqrt[n]{y}} = \left(xy^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{m}} = x^{\frac{1}{m}}y^{\frac{1}{n\cdot m}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{-\frac{1}{2}}$$

Beseitigen von Wurzeln im Nenner:

$$\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1\cdot\sqrt{x}}{\sqrt{x}\cdot\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{x} = \frac{1}{x}\sqrt{x}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{xy}} = \frac{1\cdot\sqrt[3]{xy}^2}{\sqrt[3]{xy}\cdot\sqrt[3]{xy}^2} = \frac{\sqrt[3]{xy}^2}{xy} = \frac{1}{xy}\sqrt[3]{x^2y^2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{1\cdot\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}^2-\sqrt{3}^2} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)$$

Schreiben Sie nur mit Exponenten (ohne Wurzeln bzw. Bruchstriche):

$\sqrt[5]{x^7} =$

$\left(\sqrt[5]{x}\right)^7 =$

$\sqrt[3]{x^6 y^9 z^2} =$

$\sqrt[5]{a^2 \sqrt[3]{b^4}} =$

$\sqrt{\sqrt{\sqrt{a}}} =$

$\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}} =$

$\dfrac{1}{\sqrt[3]{ab}} =$

$\sqrt[4]{\dfrac{x^8 y^{12}}{z^{24}}} =$

$\dfrac{\sqrt[3]{x^5 y^2 z^8}}{\sqrt[5]{x^2 y z^6}} =$

$\dfrac{\sqrt[n]{x^{n-3}}\left(\sqrt[n]{x}\right)^{2n+1}}{\sqrt[n]{x^{2n-2}}} =$

$\dfrac{\sqrt{a^3 b^7 c^5}}{\sqrt[4]{a^2 b^6 c^{22}}} =$

$\dfrac{\sqrt{a^2 - 4ab + 4b^2}}{a^2 - 4b^2} =$

$\dfrac{x}{\sqrt{x}} =$

$\sqrt[4]{a^6} =$

$\left(\sqrt[6]{b^5}\right)^3 =$

$\left(\sqrt[4]{a^2 b^8 c^4}\right)^2 =$

$\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{a}}} =$

$\sqrt[3]{b^2 \sqrt[5]{a}} =$

$\sqrt{a\sqrt{c\sqrt{b}}} =$

Schreiben Sie als Wurzeln:

$a^{\frac{2}{7}} =$

$x^{\frac{5}{3}} =$

$b^{0,5} =$

$y^{-\frac{2}{3}} =$

$c^{\frac{1}{2}} d^{-\frac{3}{2}} =$

$b^{\frac{9}{8}} =$

$c^{-1,5} =$

$a^{\frac{3}{4}} b^{\frac{4}{3}} =$

$\left(a^{\frac{2}{3}} x^5\right)^{\frac{1}{3}} =$

$\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} a^{\frac{1}{3}} =$

Schreiben Sie unter eine gemeinsame Wurzel:

$a\sqrt{a} =$

$2x\sqrt[3]{y} =$

$xy\sqrt[3]{\frac{x}{y}} =$

$$\left(\sqrt{5}-\sqrt{4}\right)\sqrt{\sqrt{5}+\sqrt{4}} =$$

$$x\sqrt{y} =$$

$$\sqrt[3]{b}\cdot\sqrt{d} =$$

$$3a\sqrt[5]{a} =$$

$$\frac{\sqrt[3]{xy^2}}{x^2yz} =$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{3}} =$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{3}}\cdot\sqrt[5]{\sqrt{3}} =$$

Vereinfachen Sie:

$$\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{25} =$$

$$\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2-\frac{1}{2}} =$$

$$\sqrt{2}\cdot\sqrt{8} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{4}+\frac{1}{6}}\cdot\sqrt[3]{\frac{3}{10}} =$$

$$\sqrt{12}\cdot\sqrt{\frac{1}{3}} =$$

$$\sqrt[4]{4}\cdot\sqrt{2} =$$

$$\frac{\sqrt[3]{a^2b}}{\sqrt[4]{a^2b}} =$$

$$\frac{\sqrt[5]{x^2y^4z}}{\sqrt[3]{x^4y^2z}} =$$

$$\frac{\sqrt[m]{y^{n-1}}\,\sqrt[m]{y^2}}{\sqrt[2m]{y^2}} \qquad =$$

$$\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{x^{n+1}}} \qquad =$$

$$\sqrt{2}\cdot\sqrt{32} \qquad =$$

$$\sqrt[4]{4}\left(\sqrt{\sqrt[3]{2}}\right)^3 \qquad =$$

$$\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2+14} \qquad =$$

$$\sqrt{\frac{3}{16}}\cdot\sqrt{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}} \qquad =$$

$$\frac{\sqrt{4a^2+24ab+36b^2}}{2\sqrt{a^2-9b^2}} \qquad =$$

Beseitigen Sie die Wurzeln im Nenner:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a}} \qquad =$$

$$\frac{9}{\sqrt{3}} \qquad =$$

$$\frac{x}{\sqrt[n]{y^{n-3}}} \qquad =$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} \qquad =$$

$$\frac{1}{\sqrt{a^3}} \qquad =$$

$$\frac{y}{\sqrt[3]{x^2}} \qquad =$$

$$\frac{x-2}{\sqrt{x}+\sqrt{2}} \quad =$$

$$\frac{\sqrt[n]{y}}{\sqrt[n]{y^{2n-1}}} \quad =$$